Árnyalás

Szécsi László

3D Grafikus Rendszerek

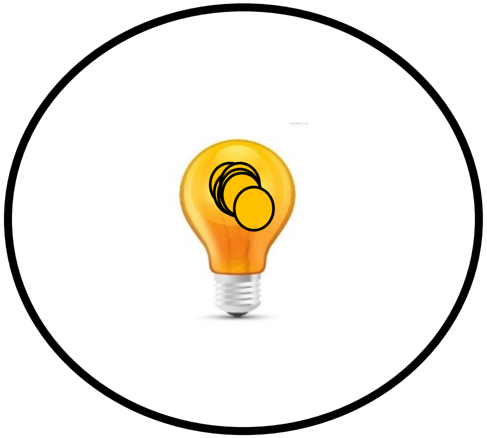
10.5 előadás

Mennyiségek és mértékegységek

radiometriai egy (vagy három) hullámhosszon		**fotometriai** hullámhosszokat észlelőre súlyozva	
Mennyiség	**Mértékegység**	**Mennyiség**	**Mértékegység**
sugárzott **teljesítmény** radiant **power**, radiant flux	W watt	fényáram luminous flux	lm lumen

Teljesítmény: Φ

Watt [W]



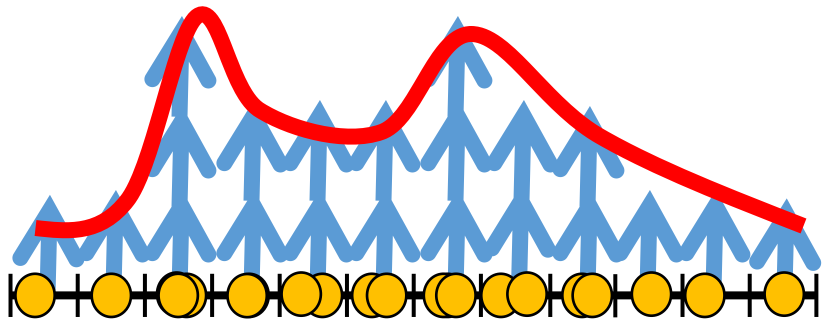
~ átlépő fotonok száma másodpercenként

Mennyiségek és mértékegységek

radiometriai egy (vagy három) hullámhosszon		**fotometriai** hullámhosszokat észlelőre súlyozva	
Mennyiség	**Mértékegység**	**Mennyiség**	**Mértékegység**
sugárzott **teljesítmény** radiant **power**, radiant flux	W watt	fényáram luminous flux	lm lumen
s. teljesítménysűrűség r. power density, radiosity, r. exitance, irradiance	W/m^2	megvilágítás, fénykibocsátás l. emittance, illuminance	lx lux

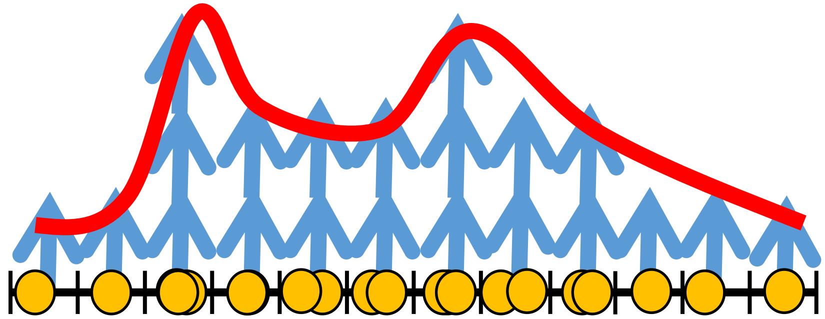
Teljesítménysűrűség (exitancia): $M(\boldsymbol{x})$

Watt per négyzetméter [Wm^{-2}]

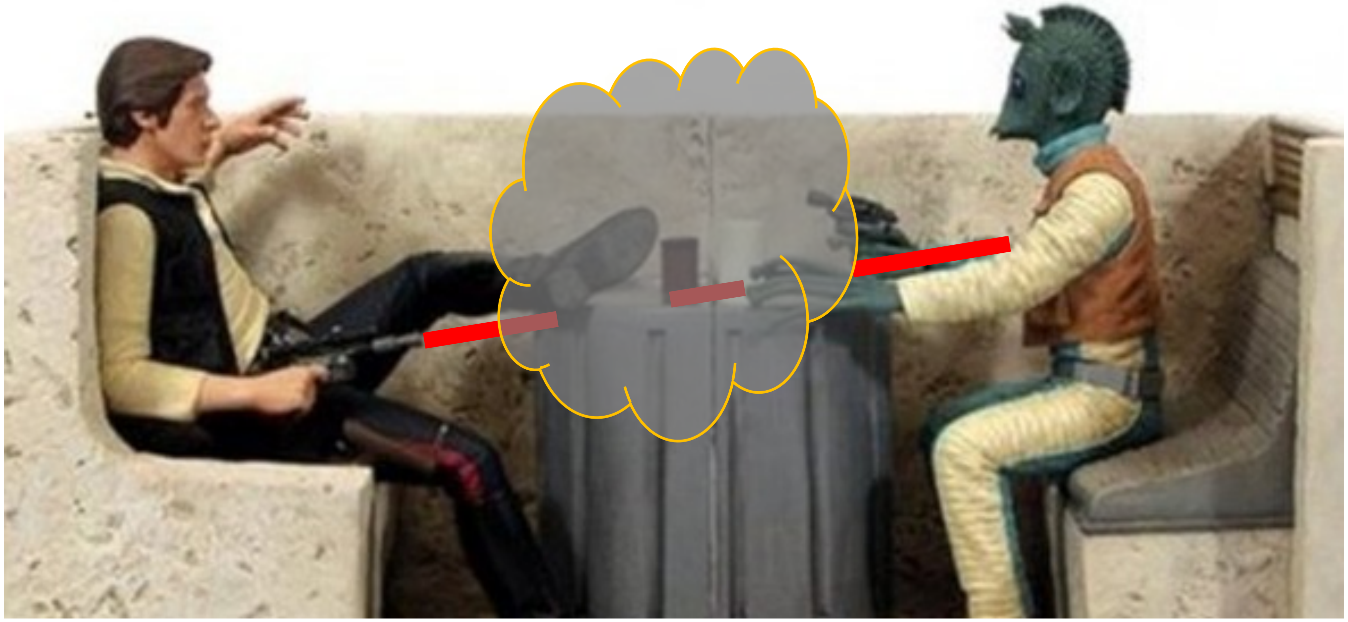


Teljesítménysűrűség (irradiancia): $E(\boldsymbol{x})$

Watt per négyzetméter [Wm^{-2}]



Han lőtt előbb



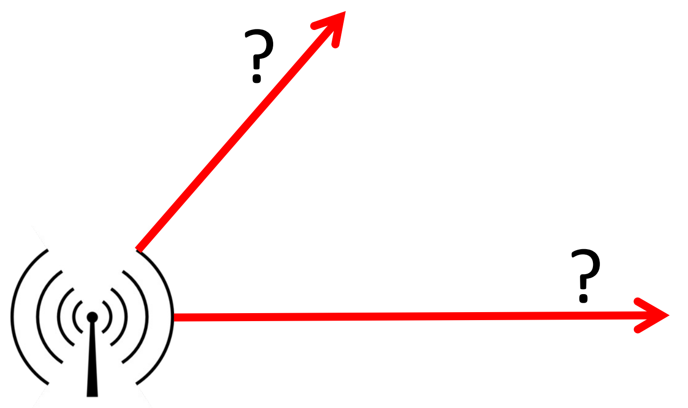
Számoljuk meg a felületen áthaladó fotonokat!

Mennyiségek és mértékegységek

radiometriai egy (vagy három) hullámhosszon		**fotometriai** hullámhosszokat észlelőre súlyozva	
Mennyiség	**Mértékegység**	**Mennyiség**	**Mértékegység**
sugárzott **teljesítmény** radiant **power**, radiant flux	W watt	fényáram luminous flux	lm lumen
s. teljesítménysűrűség r. power density, radiosity, r. exitance, irradiance	W/m^2	megvilágítás, fénykibocsátás l. emittance, illuminance	lx lux
sugárerősség r. **intensity**	W/sr	fényintenzitás l. intensity	cd candela

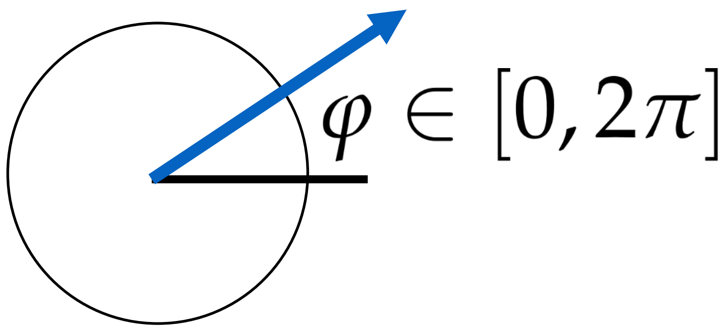
Intenzitás: $I(\omega)$

- Hogyan jellemezhetjük, hogy adott irányba milyen erősen ad egy rádióadó?
- A teljesítménysűrűség a mérés távolságától is függ
- Itt az irányok szerinti eloszlás az érdekes



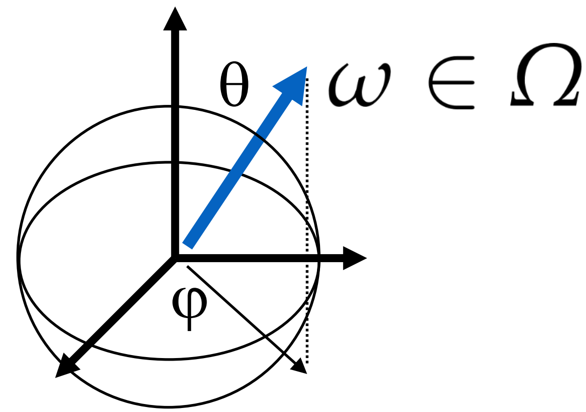
Az iránytartomány

2D



az irányok az
egységkör
pontjaihoz
rendelhetők

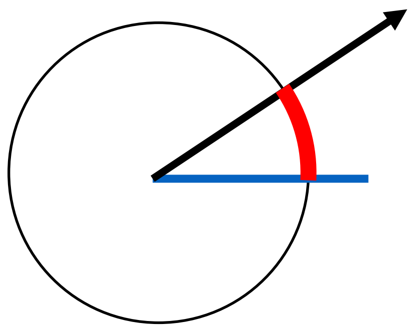
3D



az irányok az
egséggömb
pontjaihoz
rendelhetők

Sík- és térszögek mértékei

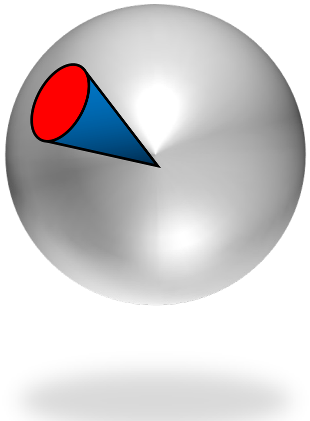
2D



radian [rad]
ívhossz az egségkörön

a teljes tartomány: 2π

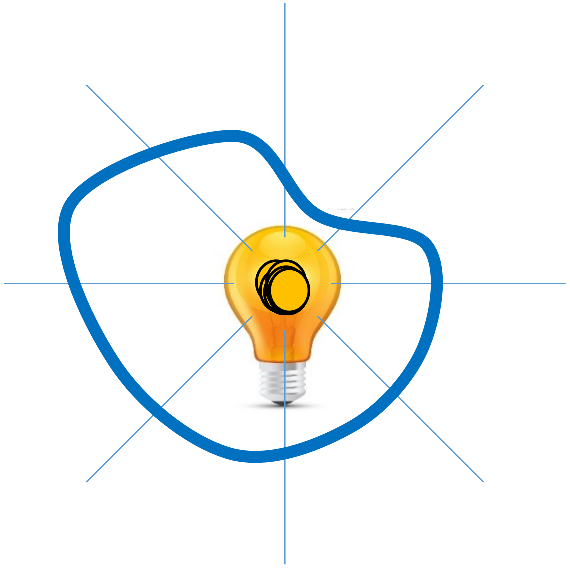
3D



steradian [sr]
a térszögben látszó felület az egységgömbön
a teljes tartomány: 4π

Intenzitás: $I(\omega)$

Watt per steradian [$W(sr)^{-1}$]



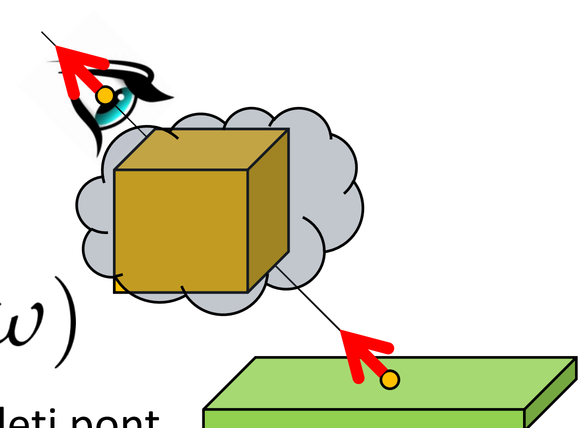
Mennyiségek és mértékegységek

radiometriai egy (vagy három) hullámhosszon		**fotometriai** hullámhosszokat észlelőre súlyozva	
Mennyiség	**Mértékegység**	**Mennyiség**	**Mértékegység**
sugárzott **teljesítmény** radiant **power**, radiant flux	W watt	fényáram luminous flux	lm lumen
s. teljesítménysűrűség r. power density, radiosity, r. exitance, irradiance	W/m^2	megvilágítás, fénykibocsátás l. emittance, illuminance	lx lux
sugárerősség r. intensity	W/sr	fényerősség l. intensity	cd candela
sugársűrűség, radiancia radiance	W/srm^2	fénysűrűség, luminancia luminance	cd/m^2 nit

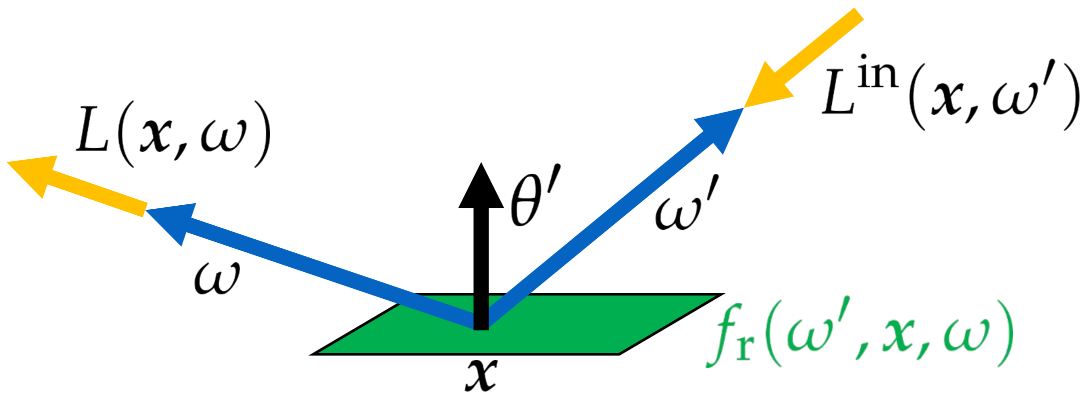
Radiancia $L(\boldsymbol{x}, \omega)$

- Sűrűség a pozícióra és az irányokra nézve egyaránt
- Kifejezi, mennyi fény halad
  - a tér egy bizonyos pontjában
  - egy bizonyos irányba

$$L(\boldsymbol{e}, \omega) = L(\boldsymbol{x}, \omega)$$



Az árnyalási egyenlet



az ω irányba visszavert radiancia

minden bejövő ω' irányra összegezve

az onnan bejövő L^{in} radiancia, szorozva

az ω irányba történő visszaverődés valószínűségével

$$L(\boldsymbol{x}, \omega) = \int_{\Omega} L^{\text{in}}(\boldsymbol{x}, \omega') \cos\theta' f_{\text{r}}(\omega', \boldsymbol{x}, \omega) \mathrm{d}\omega'$$

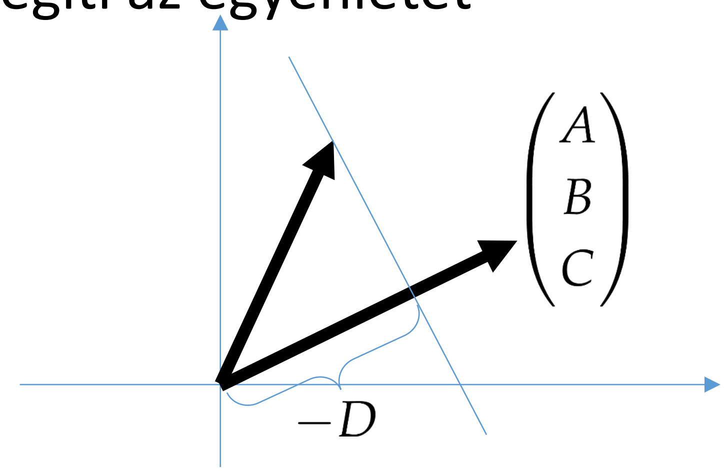
Miért az inverzzel, miért balról? 1 rész: a síkegyenlet

- a sík explicit egynlete $z(x,y) = Ax + By + C$
    - ahol A, B, C csak számok
- könnyen átírható a sík implicit egyenletévé

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- ahol A, B, C, D csak számok
- az x,y,z pont a síkon van, ha kielégíti az egyenletet
- a skalárszozattal így írható

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}}_{\text{a sík normálvektora}} = -D$$



Miért az inverzzel, miért balról? 2.rész: homogén koordinátákkal

- A Descartes-koordinátás egyenlet ez volt

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- helyettesítsük be a $\begin{bmatrix} \breve{x} & \breve{y} & \breve{z} & \breve{w} \end{bmatrix}$ homogén koordinátákat

$$A\frac{\breve{x}}{\breve{w}} + B\frac{\breve{y}}{\breve{w}} + C\frac{\breve{z}}{\breve{w}} + D = 0$$

- szorozzunk $\breve{w}$ -vel és engedjük meg, hogy $\breve{w} = 0$

$$A\breve{x} + B\breve{y} + C\breve{z} + D\breve{w} = 0$$

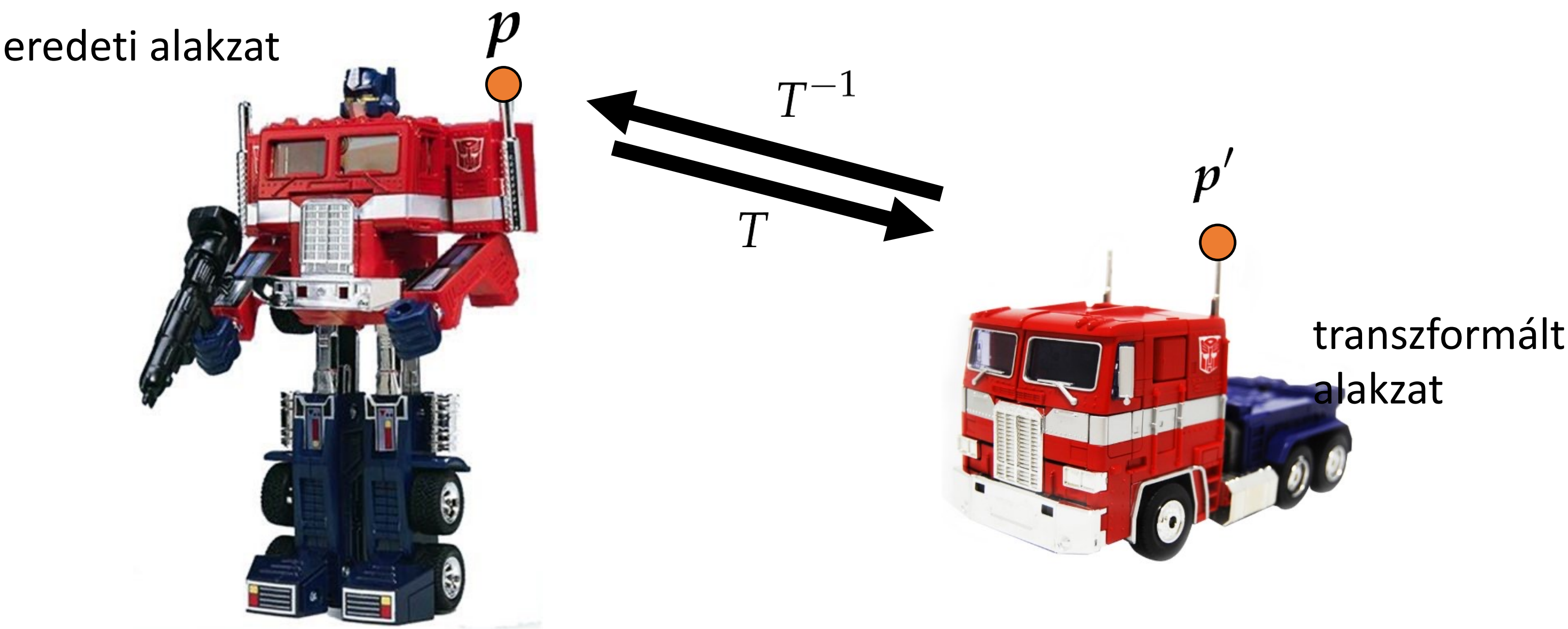
- mátrixszorzással így írható

a sík normálvektora
az origótól vett távolsággal

$$\begin{bmatrix} \breve{x} & \breve{y} & \breve{z} & \breve{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0$$

Miért az inverzzel, miért balról? 3. rész: invertálható transzformációk

$$p = T^{-1}(p')$$



Miért az inverzzel, miért balról? 4, rész: a transzformált síkegyenlet

- az eredeti alakzat egyenlete

$$\begin{bmatrix} \breve{x} & \breve{y} & \breve{z} & \breve{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0$$

- az $\begin{bmatrix} \breve{x}' & \breve{y}' & \breve{z}' & \breve{w}' \end{bmatrix}$ pont akkor van a transzormált alakzaton, ha az inverzzel visszatranszformálva rajta van az eredetin

a **transzformált** sík normálvektora
az origótól vett távolsággal

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \breve{x}' & \breve{y}' & \breve{z}' & \breve{w}' \end{bmatrix} \boldsymbol{T}^{-1}}_{\begin{bmatrix} \breve{x} & \breve{y} & \breve{z} & \breve{w} \end{bmatrix}} \boxed{\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}} = 0$$

Különleges esetek

- ideális, sima felület
  - csak egy adott irányból bejövő fény verődhet vissza a kimenő irányba
  - csak egy adott irányból bejövő fény törhet a kimenő irányba
- csak egy irányból jön be fény

nem kell integrál

Ha egyetlen irányból jön fény

Dirac-delta az $\hat{\boldsymbol{l}}$ fényiránynál

$$L(\boldsymbol{x},\omega) = \int_\Omega L^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},\omega') \cos\theta' f_{\mathrm{r}}(\omega',\boldsymbol{x},\omega)\mathrm{d}\omega'$$

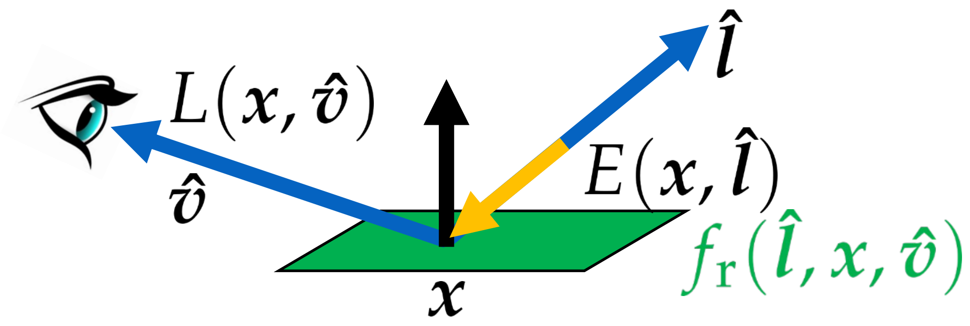
$\omega \to \hat{\boldsymbol{v}}$ $\qquad \omega' \to \hat{\boldsymbol{l}}$

$$L(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{v}}) = \underbrace{\int_\Omega L^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},\omega')\mathrm{d}\omega'}_{\text{teljesítménysűrűség}} \cos\theta' f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{l}},\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{v}})$$

$$L(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{v}}) = \underbrace{M(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{l}}) \cos\theta'}_{\text{irradiancia}} f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{l}},\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{v}})$$

$$L(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{v}}) = E(\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{l}}) f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{l}},\boldsymbol{x},\hat{\boldsymbol{v}})$$

Szemirányú radiancia egy irányból érkező irradiancia hatására



- a szemirányú radiancia
  - a fényirányból bejövő irradiancia szorozva
  - a nézeti irányba történő visszaverődés valószínűségsűrűségével

$$L(x, \hat{v}) = E(x, \hat{l}) f_r(\hat{l}, x, \hat{v})$$

A kétirányú visszaverődés valószínűségsűrűség-függvénye - BRDF

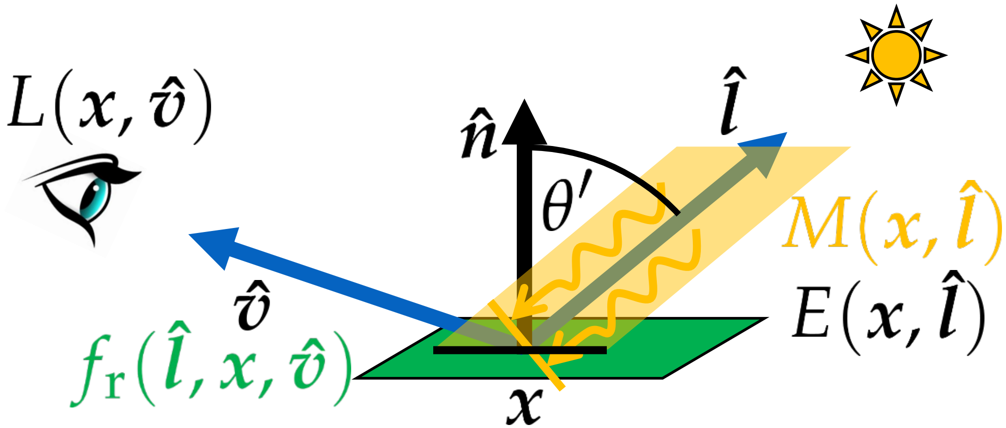
- az x felületi pontban az $\hat{l}$ irányból belépő egységnyi teljesítménysűrűség hatására a $\hat{v}$ irányba kilépő radiancia

$$f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{l}}, \boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{v}}) = \frac{L(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{v}})}{E(\boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{l}})} \quad [\ (\mathrm{sr})^{-1}\ ]$$

- ez a felület optikai jellemzője
- Helmholz-törvény

$$f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{l}}, \boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{v}}) = f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{l}})$$

Egy felületi pont árnyalása



adott az $\boldsymbol{x}$ pozíció és $\hat{\boldsymbol{n}}$ normálvektor, valamint a szem- és fénypozíciók

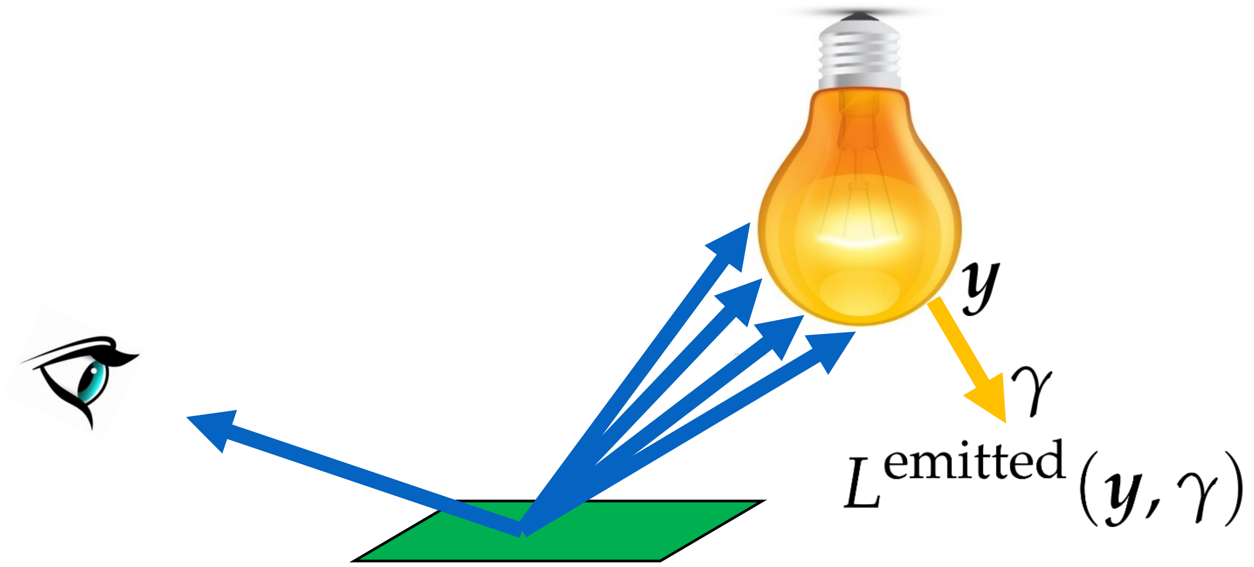
keressük meg a $\hat{\boldsymbol{v}}$ nézeti és $\hat{\boldsymbol{l}}$ fényirányt

keressük meg az $\boxed{M}$ teljesítménysűrűséget az $\boldsymbol{x}$ pontban fényforrás-modellből

számoljuk ki az irradianciát: $E = M \cos \theta' = M(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{l}})$

számoljuk ki a kimenő radianciát: $L = E\boxed{f_{\mathrm{r}}}$ anyagmodellből

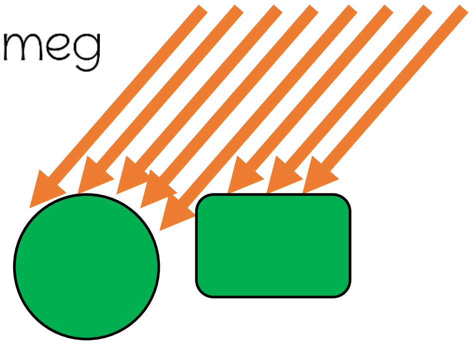
Valós fényforrások



- **nem** egyetlen bejövő fényirány van
- ki kel értékelni az integrált

Absztrakt fényforrásmodell: irányfény

az $\hat{\boldsymbol{l}}$ fényiránnyal és az M teljesítménysűrűséggel adjuk meg



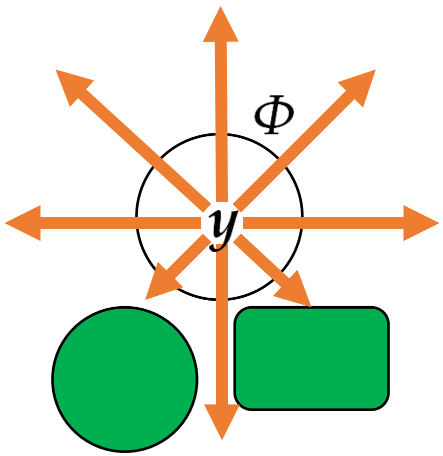
bármely $\boldsymbol{x}$ felületi pontban
a fényirány ugyanaz az $\hat{\boldsymbol{l}}$
a teljesítménysűrűség ugyanaz az M

Absztrakt fényforrásmodell: pontfény

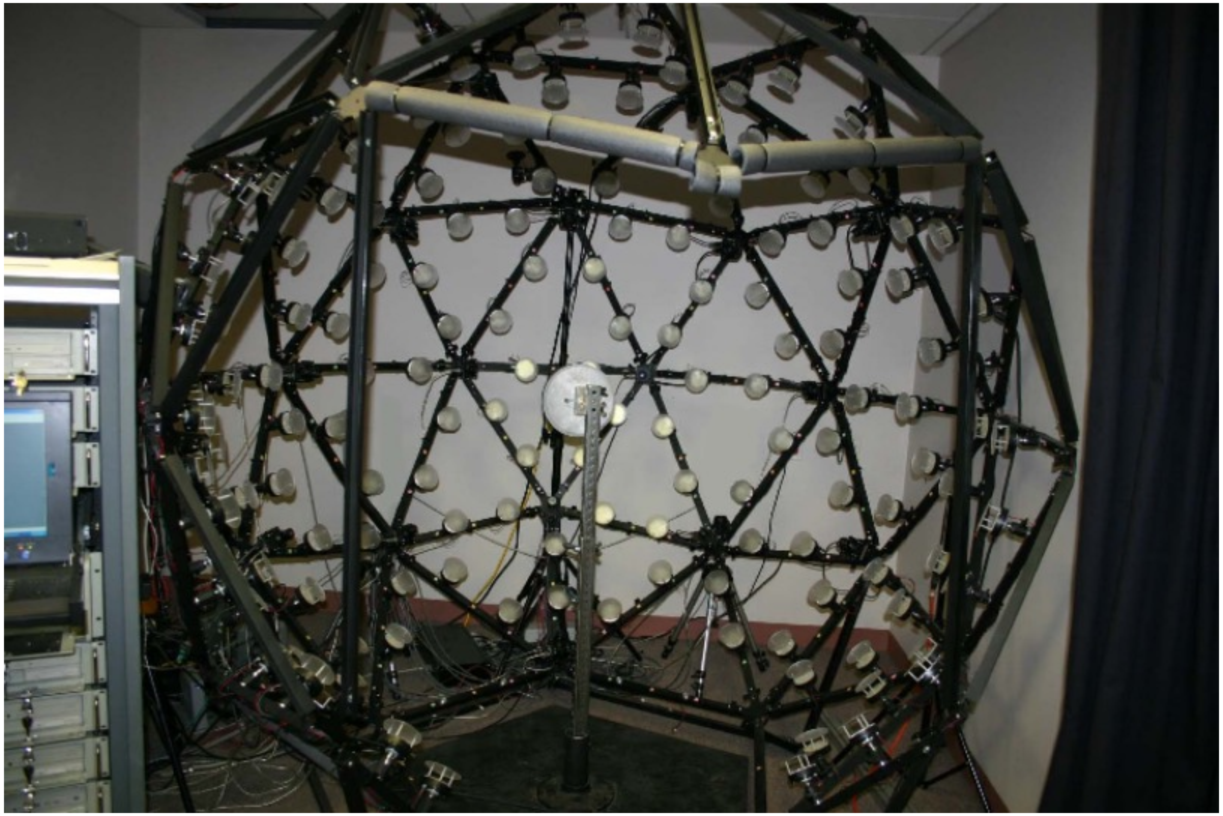
az $\boldsymbol{y}$ pozícióval és a $\boldsymbol{\Phi}$ teljesítménnyel adjuk meg

az $\boldsymbol{x}$ felületi pontban
a fényirány $\hat{\boldsymbol{l}} = \widehat{\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}}$
a teljesítménysűrűség (teljesítmény per felület)

$$M = \frac{\Phi}{4\pi|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}|^2}$$



BRDF mérése



BRDF mérése

- 512 kamera
- 512 vaku
- 3 hullámhossz
- kb. 3 Mbytes adat felületi pontonként
- szorozva a képfelbontással

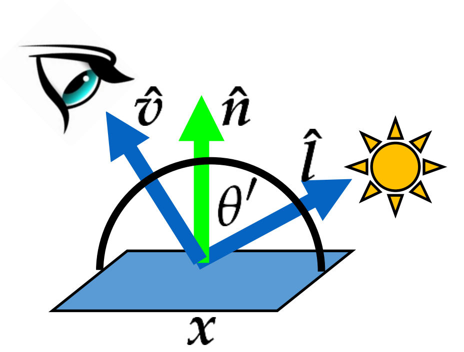
- csak akkor van értelme, ha feltétlenül pontosan szeretnénk reprodukálni a valós felület tulajdonságait
  - pl. a gépjárműiparban

Analitikus BRDF modellek

- nagy táblázat helyett egyszerű képlet
- több tucat ilyen van

- Lambert BRDF model
  - diffúz visszaverődés, matt felületek
- Phong és Phong-Blinn BRDF modellek
  - spekuláris visszaverődés, fényes műanyagok
- Ideális visszaverődés és fénytörés
  - tükrök, fényes fémek, üveg, víz

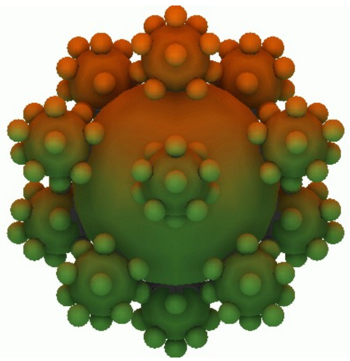
Diffúz visszaverődés

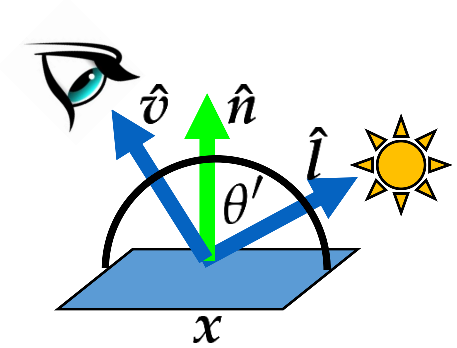


- radiancia: $L = M(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{l}}) f_{\mathrm{r}}$
- független a nézeti iránytól
- így a BRDF is független kell legyen a nézeti iránytól
- Helmholtz: BRDF független a megvilágítás irányától is
- vagyis a BRDF konstans:
  $$f_{\mathrm{r}}(\hat{\boldsymbol{l}}, \boldsymbol{x}, \hat{\boldsymbol{v}}) = k_{\mathrm{d}}(\boldsymbol{x}, \lambda)$$
- a diffúz felület optikailag durva felület

Lambert-törvény $L = M(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{l}})k_{\mathrm{d}}$

- a BRDF független az iránytól, DE a kimenő radiancia függ a megvilágítás irányától





A Lambert-törvény RGB hullámhosszokkal

elemenkénti szorzat

vektor és skalár szorzása

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{M} \circ \boldsymbol{k}_{\mathrm{d}}(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{l}})$$

kimenő radiancia
[RGB vektor]

diffúz szín
[RGB vektor]

$\cos\theta'$
[skalár]

a fényforrásból érkező teljesítménysűrűség
[RGB vektor]

Legegyszerűbb eset

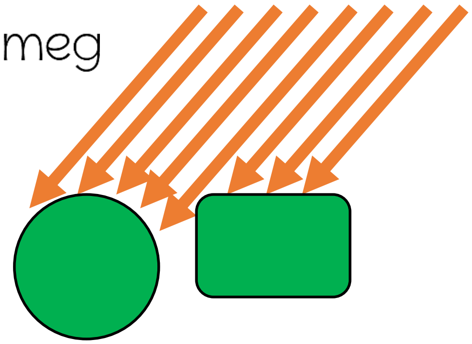
irányfény és diffúz felület

Feltételezések

- a megvilágítás mindenhol azonos
  - kisszámú *irányfényforrás*
  - a teljesítménysűrűség és az irány adott, mindenhol ugyanannyi
- minden felület *diffúz*
  - nem számít, honnan nézünk rájuk
  - nem fényes vagy tükröző
- a megjelenése csak ezektől függ:
  - a fény teljesítménysűrűsége
  - a felület színe
  - a fény beesési szöge

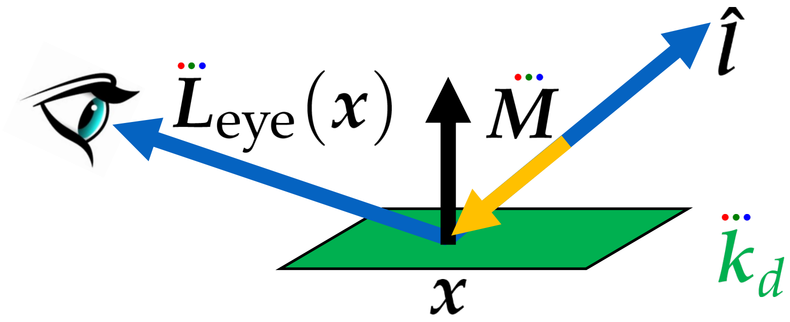
Absztrakt fényforrásmodell: irányfény

az $\hat{\boldsymbol{l}}$ fényiránnyal és az M teljesítménysűrűséggel adjuk meg



bármely $\boldsymbol{x}$ felületi pontban
a fényirány ugyanaz az $\hat{\boldsymbol{l}}$
a teljesítménysűrűség ugyanaz az M

Felületi pont árnyalása, egyszerű eset



Árnyalási képlet, egyszerű eset

a felület “színe”

vagyis a diffúz visszaverődési tényező

elemenkénti szorzat

negatív nem lehet, helyette nulla

$$\dddot{L}_{\text{eye}}(\boldsymbol{x}) = \dddot{\boldsymbol{M}} \circ \dddot{\boldsymbol{k}}_d \left(\hat{\boldsymbol{l}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\right)^+$$

a felületi pont látható “színe”

vagyis a szemirányú sugársűrűség

a fény “színe”

vagyis az irányfényforrás teljesítménysűrűség e

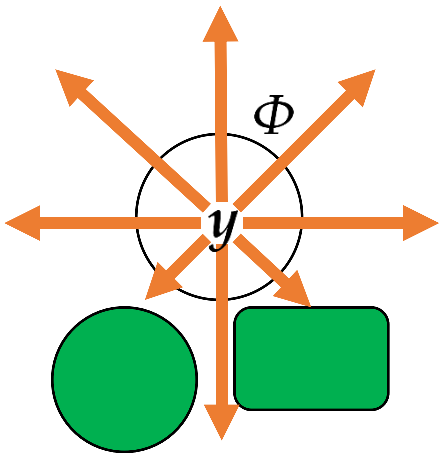
a fény beesési szögének koszinusza, ha pozitív

a fényirány és felületi normális skalárszorzata

Kicsit összetettebb eset

pontszerű fényforrással

Absztrakt fényforrásmodell: pontfény



az $\boldsymbol{y}$ pozícióval és a $\boldsymbol{\Phi}$ teljesítménnyel adjuk meg

az $\boldsymbol{x}$ felületi pontban

a fényirány $\hat{\boldsymbol{l}} = \widehat{\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}}$

a teljesítménysűrűség (teljesítmény per felület)

$$M = \frac{\boldsymbol{\Phi}}{4\pi|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}|^2}$$

Árnyalási képlet, pontszerű fényforrás

a fény “színe”

a felület “színe”

vagyis a diffúz visszaverődési tényező

vagyis a pontfényforrás teljesítménye

negatív nem lehet, helyette nulla

$$\overset{\dots}{L}_{\text{eye}}(\boldsymbol{x}) = \frac{\overset{\dots}{\boldsymbol{\Phi}}}{4\pi|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}|^2} \circ \overset{\dots}{\boldsymbol{k}}_d \left((\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x})^{\wedge} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\right)^{+}$$

a felületi pont látható “színe”

vagyis a szemirányú sugársűrűség

a fényforrás pozíciója

az árnyalt felületi pont pozíciója

elemenkénti szorzat

a fény beesési szögének koszinusza, ha pozitív

a fényirány és felületi normális skalárszorzata

Egységes képlet irány- és pontszerű fényforrásokra

a fény “színe”
a pontfény teljesítménye / 4 pi VAGY az irányfény teljesítménysűrűsége

a felület “színe”
vagyis a diffúz visszaverődési tényező

negatív nem lehet, helyette nulla

$$\dddot{L}_{\mathrm{eye}}(\boldsymbol{x}) = \frac{\dddot{\boldsymbol{M}}}{|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}\cdot w|^2} \circ \dddot{\boldsymbol{k}}_d \left((\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}\cdot w)^\wedge \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \right)^+$$

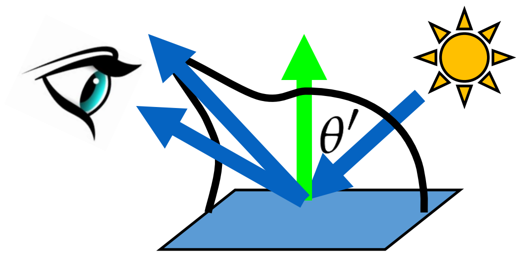
a felületi pont látható “színe”

fény pozíciója 1 pontfényre
VAGY
fény iránya (egységhosszú) 0 irányfényre

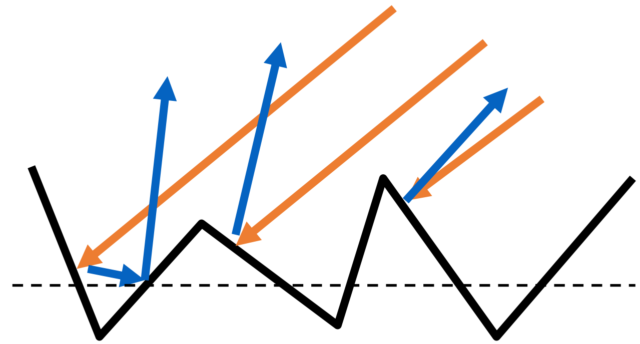
a fény beesési szögének koszinusza, ha pozitív

a fényirány és felületi normális skalárszorzata

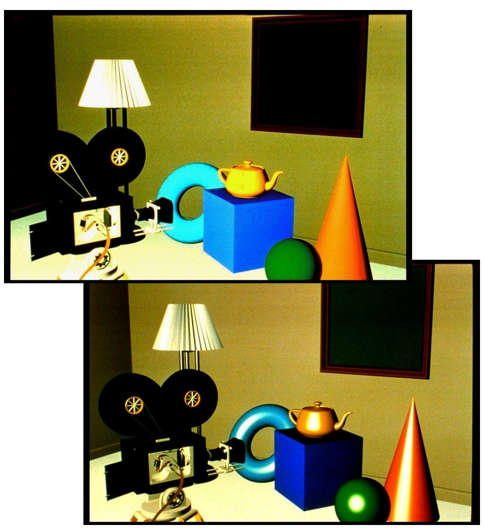
Fényes felületek

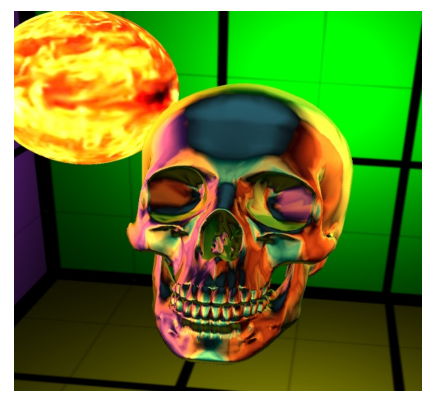


tapasztalati modell

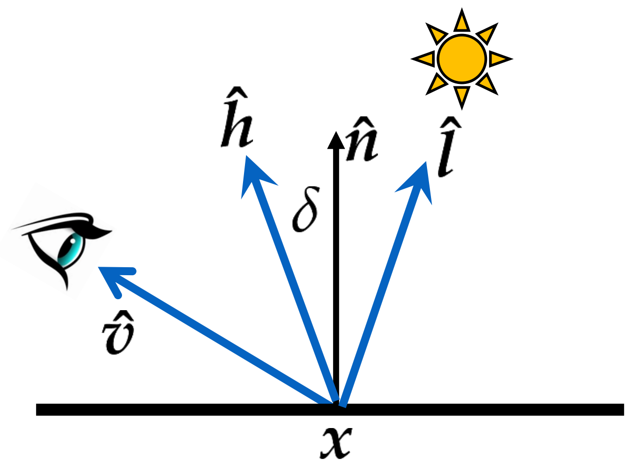


pixelben látszó felület



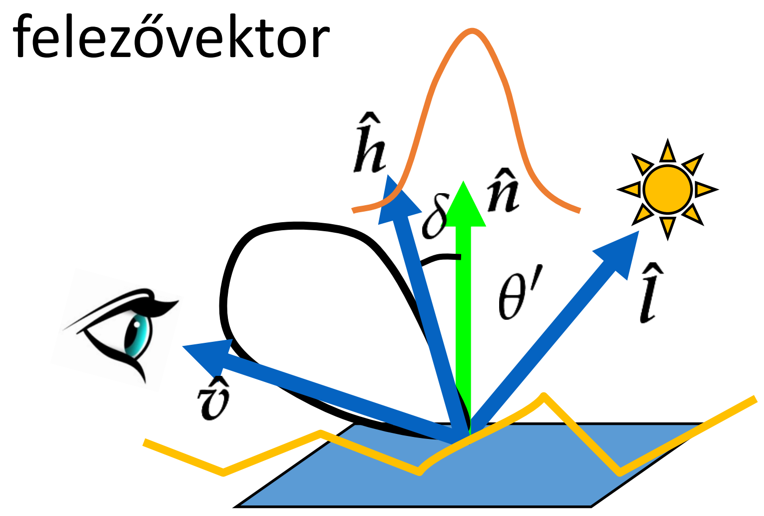


Irányok jelölése



x	árnyalt felületi pont
$\hat{n}$	felületi normálvektor
$\hat{v}$	nézeti irány
$\hat{l}$	fényirány
$\hat{h}$	félúton a nézeti- és fényirány
δ	között
	eltérés az ideális esettől

Phong-Blinn model

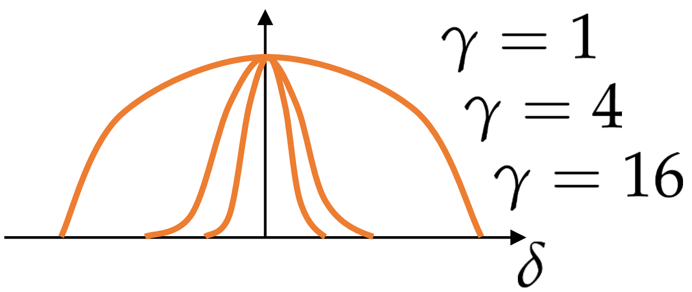


$$L = Mk_{\mathrm{s}}(\cos^{+}\delta)^{\gamma}$$

$$\hat{\boldsymbol{h}} = (\hat{\boldsymbol{l}} + \hat{\boldsymbol{v}})^{\wedge}$$

$$\boxed{\cos\delta = \hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{h}}}$$

maximális, ha $\delta = 0$

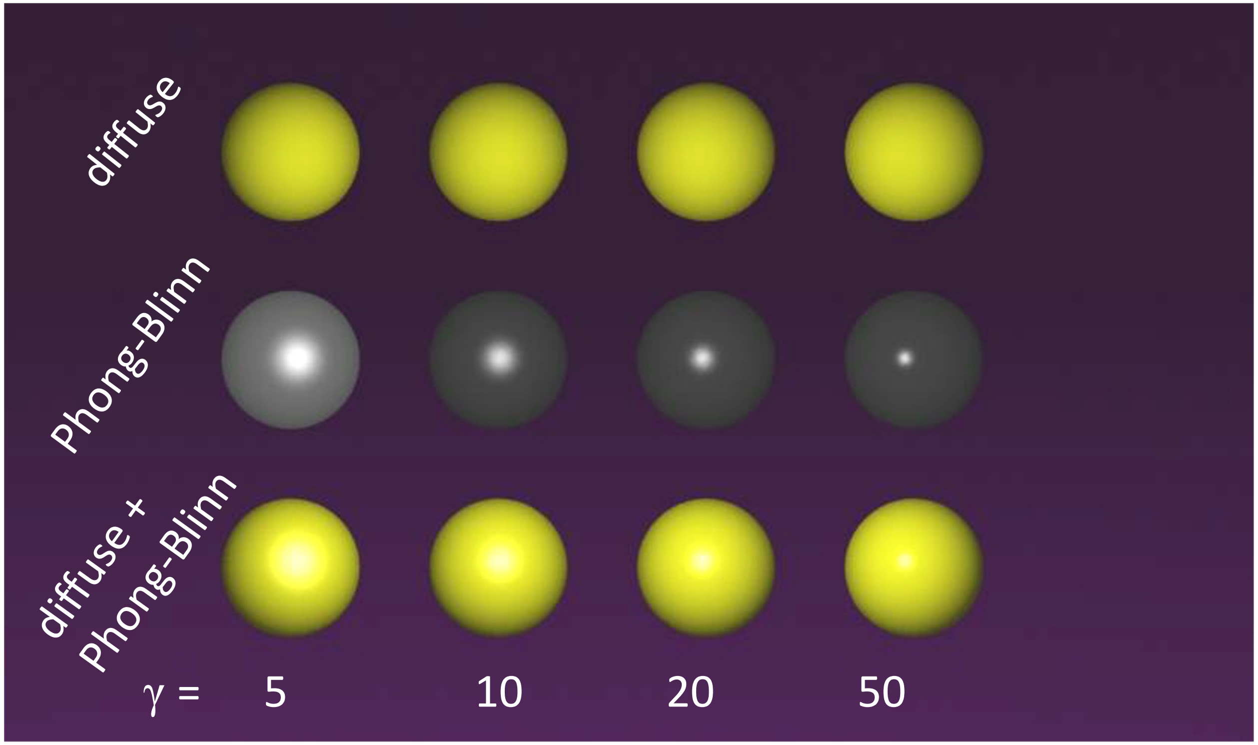


Spektrális (RGB) Phong-Blinn BRDF

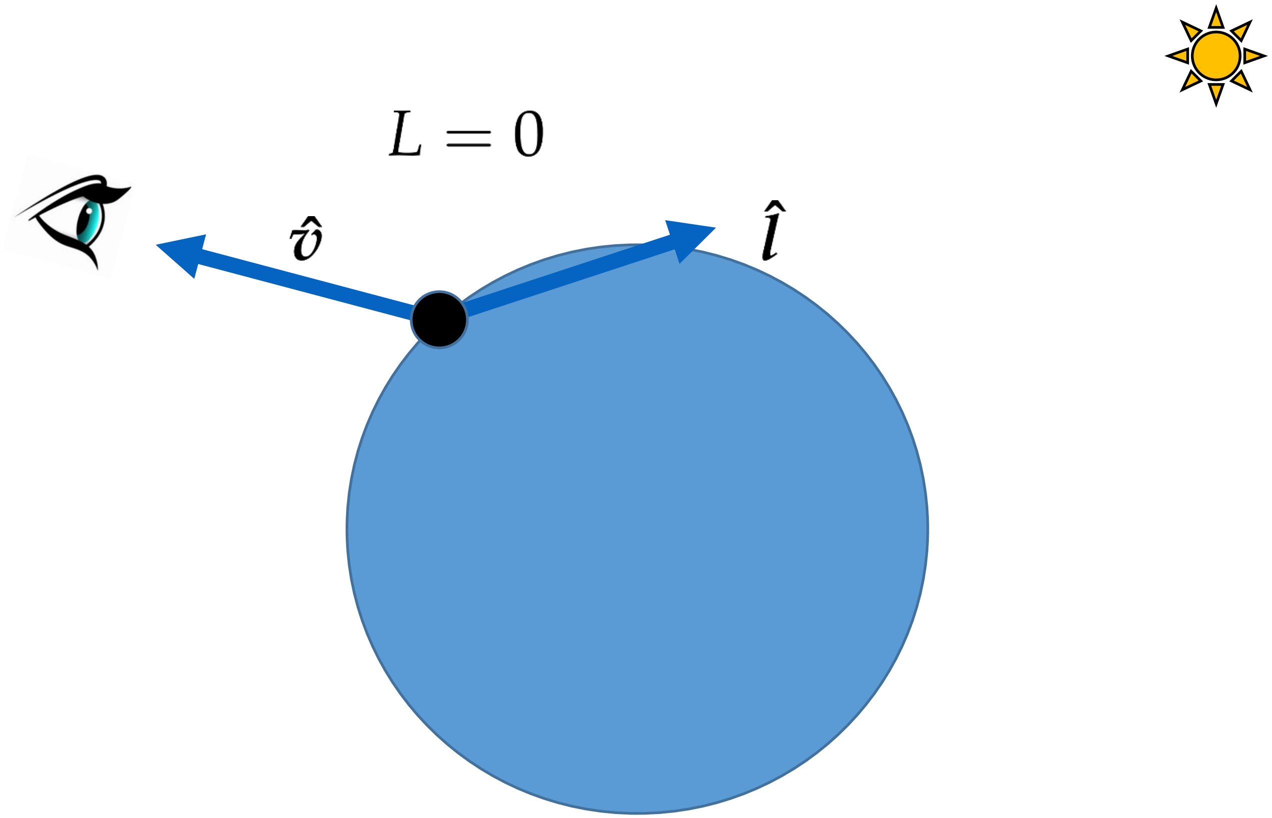
$$\dddot{\boldsymbol{L}} = \dddot{\boldsymbol{M}} \circ \dddot{\boldsymbol{k}}_{\mathrm{s}} \left((\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{h}})^{+} \right)^{\gamma}$$

spekuláris exponens
vagyis
Phong exponens
vagyis
fényesség

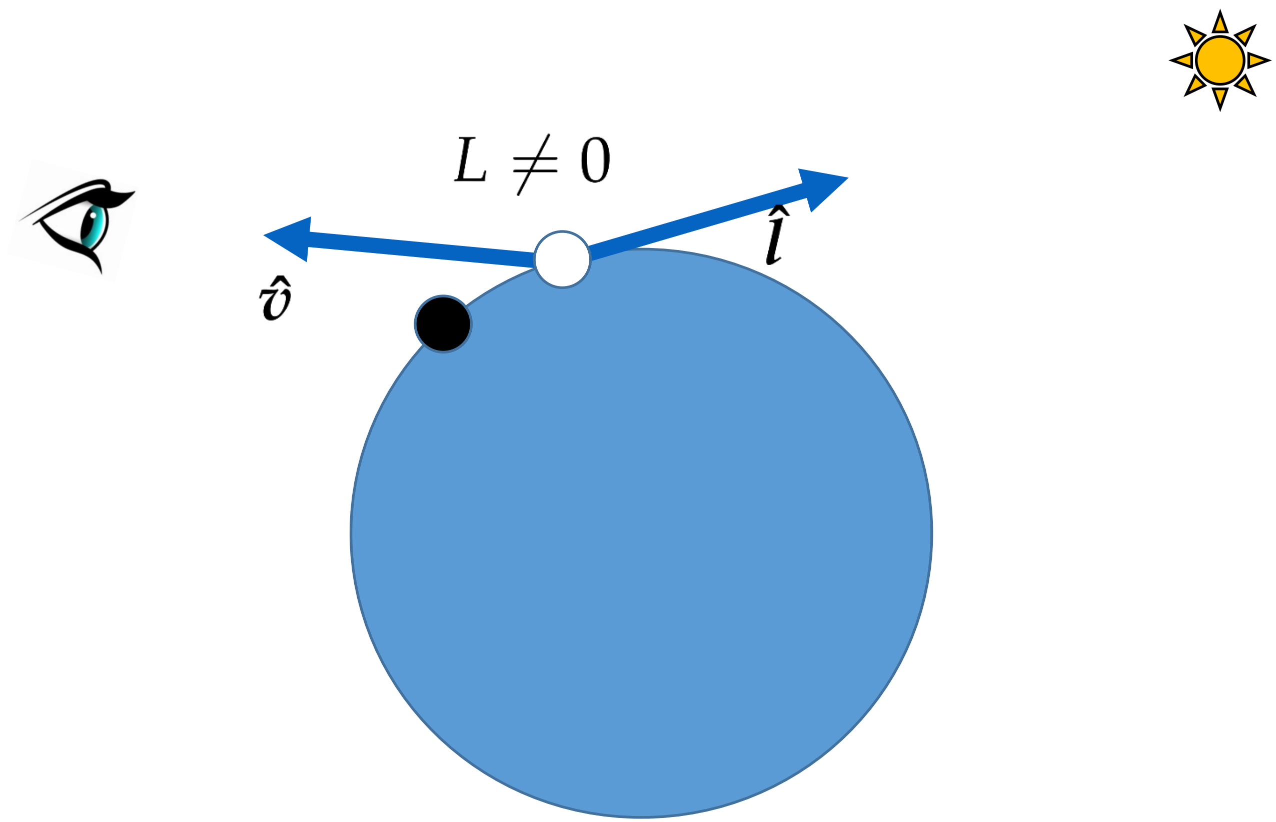
Diffúz + Phong-Blinn anyagok



Phong-Blinn probléma



Phong-Blinn probléma



Mi a BRDF itt?

- Phong-Blinn képlet $\dddot{\boldsymbol{L}} = \dddot{\boldsymbol{M}} \circ \dddot{\boldsymbol{k}}_{\mathrm{s}} \cos^{\gamma} \delta$
- árnyalási egyenlet $\dddot{\boldsymbol{L}} = \dddot{\boldsymbol{M}} \circ \dddot{\boldsymbol{f}}_{\mathbf{r}} \cos \theta'$

- tehát a BRDF

szimmetrikus

$$\dddot{\boldsymbol{f}}_{\mathbf{r}} = \frac{\dddot{\boldsymbol{k}}_{\mathrm{s}} \cos^{\gamma} \delta}{\cos \theta'}$$

nem szimmetrikus

Szimmetrikus verzió

$$\dddot{f}_{\mathbf{r}} = \frac{\dddot{\boldsymbol{k}}_{\mathrm{s}} \cos^{\gamma} \delta}{\max\left(\cos\theta, \cos\theta'\right)}$$

- max-Blinn BRDF

$$(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{l}})^{+}$$

$$\dddot{\boldsymbol{L}} = \dddot{\boldsymbol{M}} \circ \dddot{\boldsymbol{k}}_{\mathrm{s}} \cos^{\gamma} \delta \frac{\cos\theta'}{\max\left(\cos\theta, \cos\theta'\right)}$$

$$(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{v}})^{+}$$