

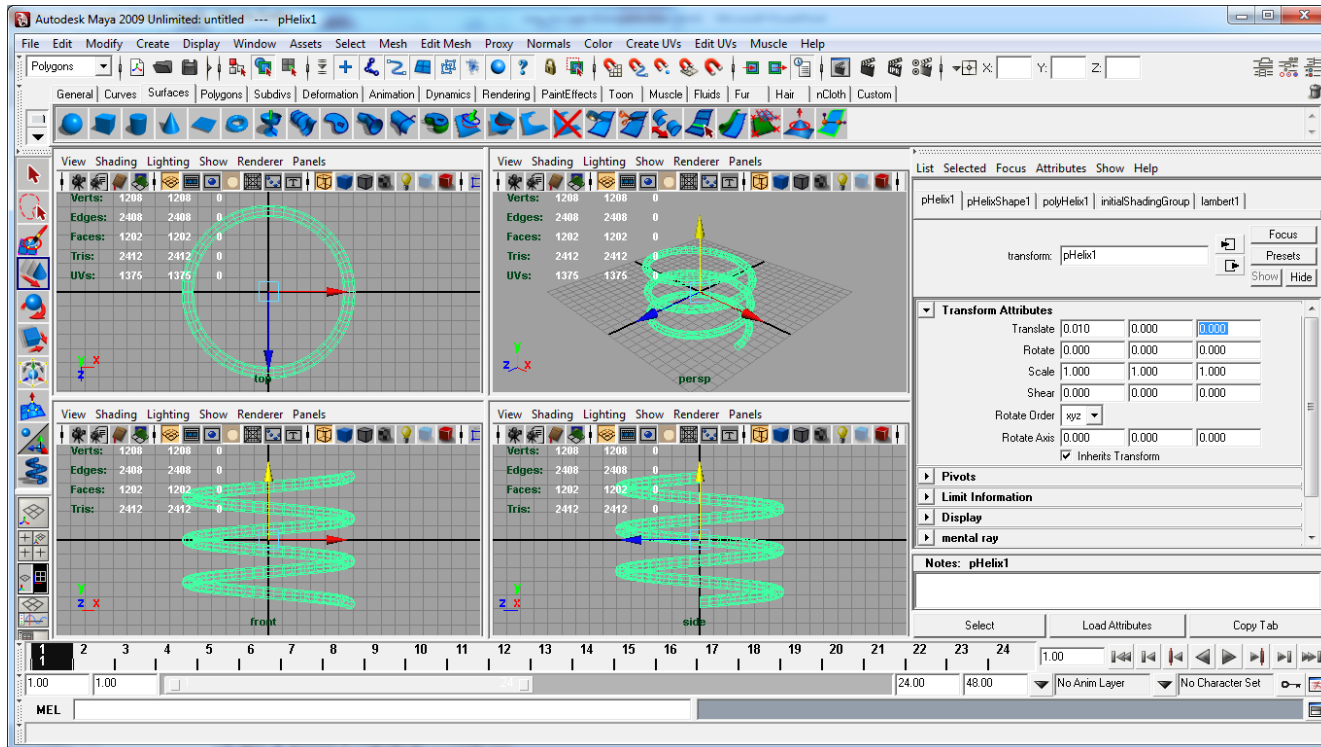
3D kamera

Szécsi László

3D Grafikus Rendszerek

9. előadás

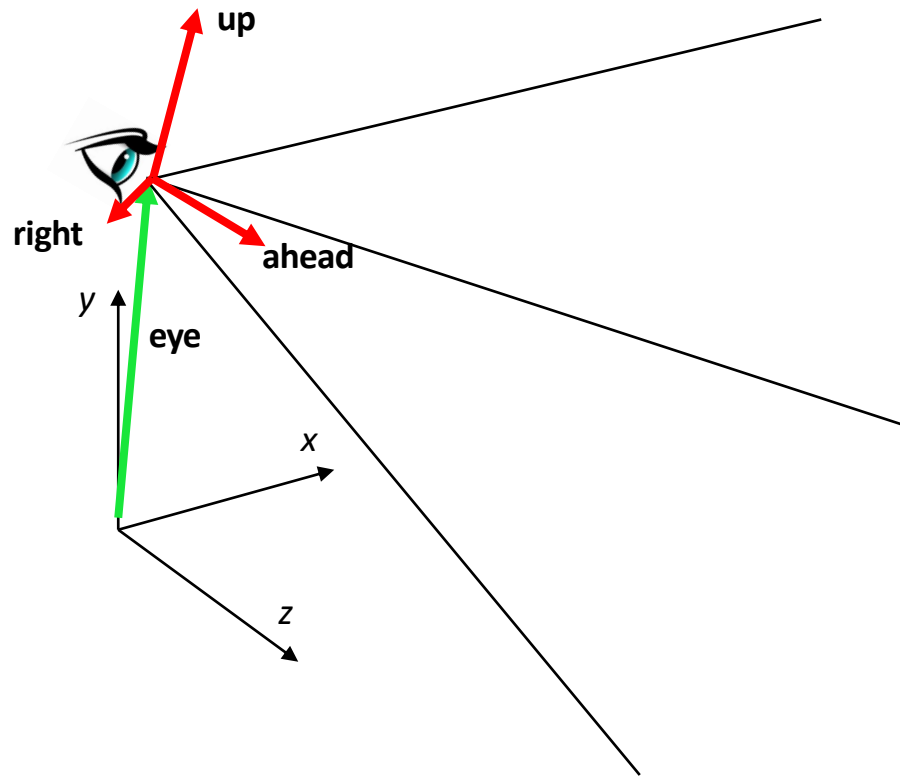
Modelltér



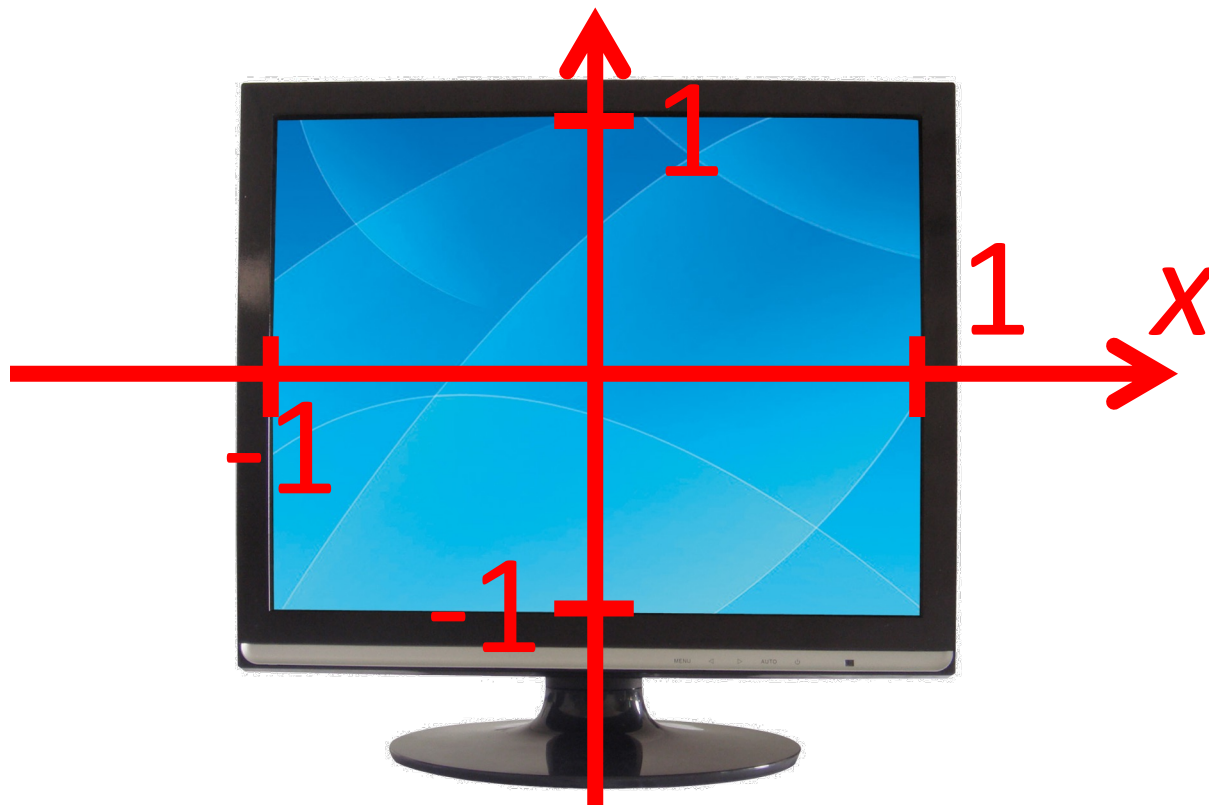
Világtér



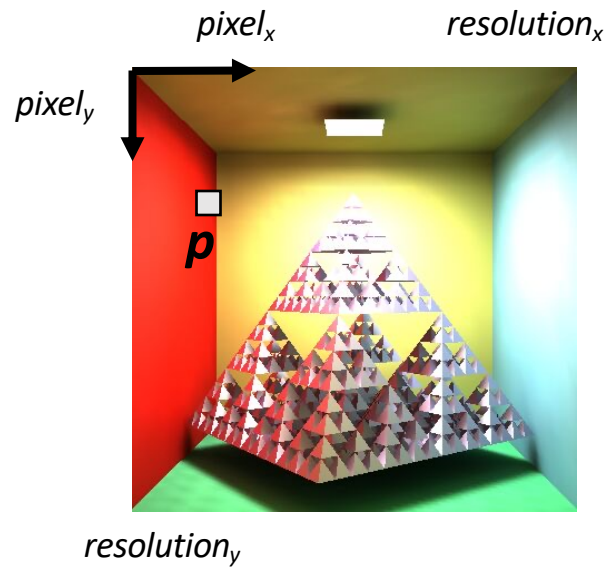
Kameratér



Eszköztér

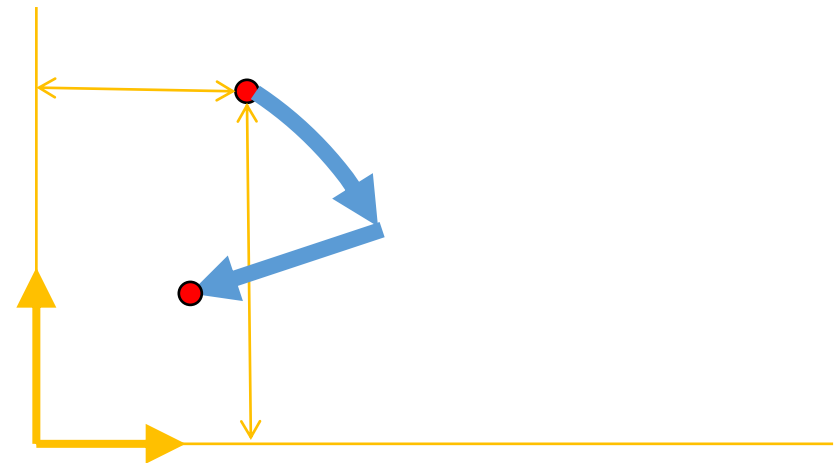
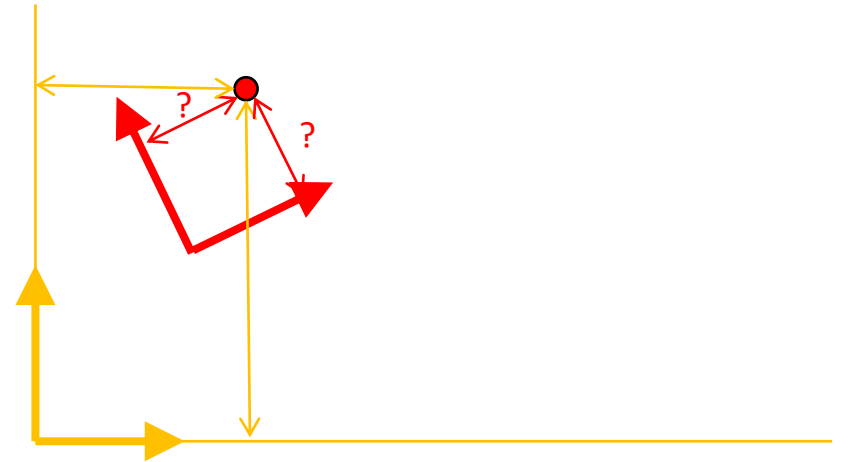


Nézetablak-tér



Transzformációk

- Ha egy térben adottak egy pont koordinátái, mik a koordinátái a másik térben?
 - statikus interpretáció
- Mit tegyék az eredeti ponttal, hogy a másik térbeli helyére kerüljön?
 - dinamikus interpretáció



Az inkrementális képalkotási probléma

- adott a tesszellált 3D modell
 - háromszögek csúcspontjai [modellezési koordináták]
- adott egy 2D háromszögrajzoló algoritmus
 - képpontokat színez [viewport koordináták]
- a feladat:
 - a csúcspont modellezési koordinátáiból számoljuk ki, mely pixelben jelenik meg

Mi befolyásolja ezt?

- Hova, hogyan helyezzük el a modellt a virtuális világban
 - modellezési trafó, model, world
- Hol van, merre néz a kamera
 - kamera trafó, view
- Mekkora a látószög (és képméretarány)
 - perspektív projekció
- Hányszor hány pixel az ablak és hol van
 - viewport trafó

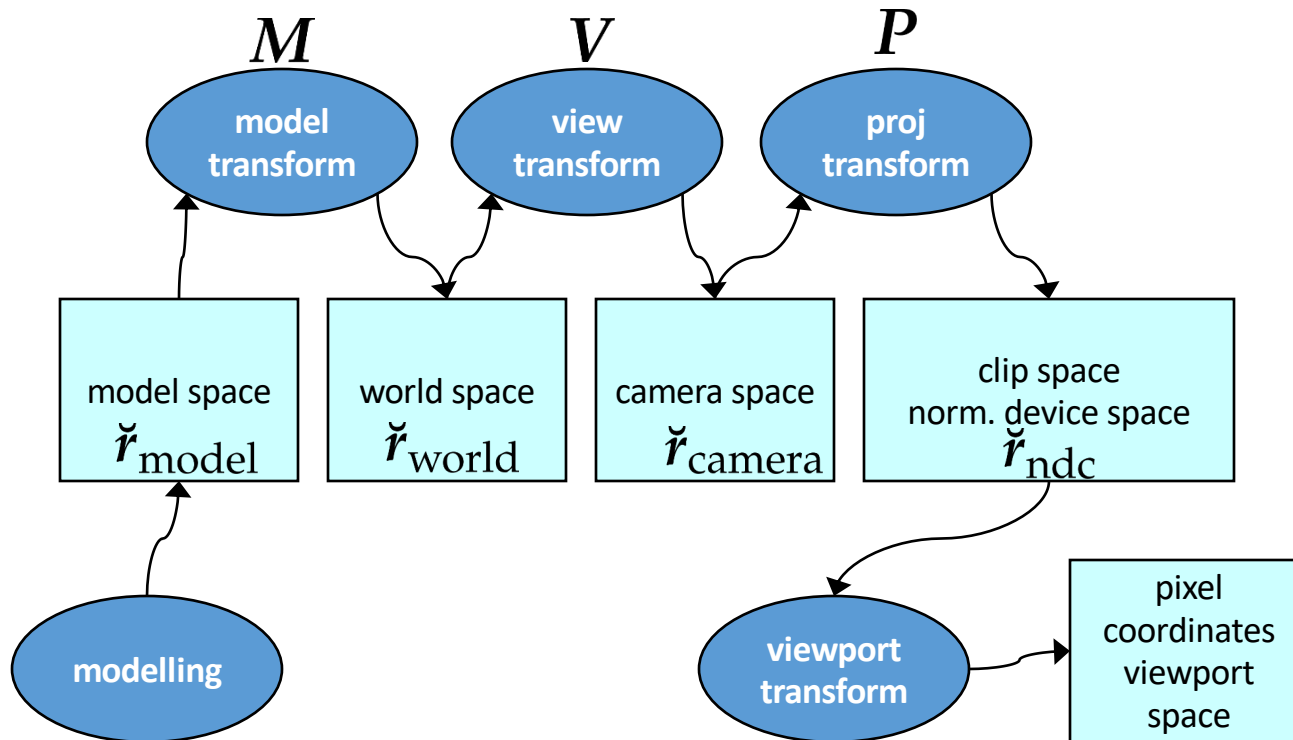
Bónusz feladat: árnyalás

- Felületi pont, fények koordinátái, szempozíció, felületi normálisok...
 - ugyanabban a 3D koordináta rendszerben legyenek
 - logikusan a modellezési transzformáció után
 - de a kamera trafó szög és távolságtartó

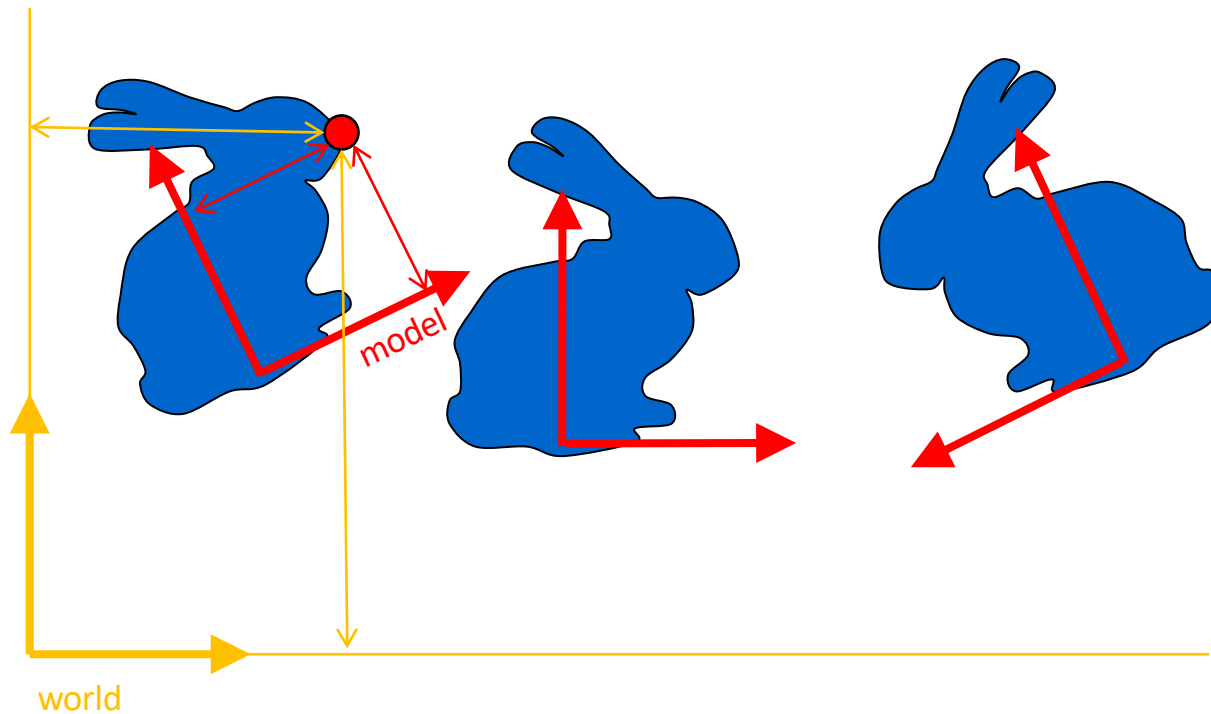
Bónusz feladat: takarás

- takarási probléma
 - a 2D pixel koordináták mellett kell egy mélységértéket is számolni
- fix pontos z-buffer
 - $[0, 1]$ -beli értékeket tud összehasonlítani
 - a távolság, amihez a 0-t rendeljük: első vágósík
 - amihez az 1-et: hátsó vágósík

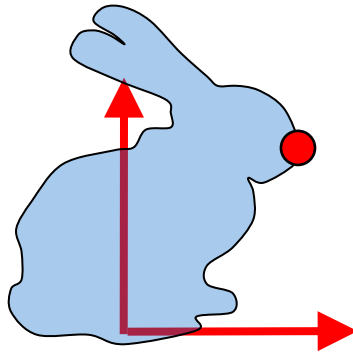
Transzformációs csővezeték



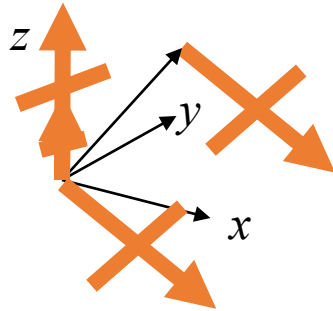
Modellezési és világkoordináták (statikus interpretáció)



Modellezési és világkoordináták (dinamikus interpretáció)



Modellezési transzformáció



1. scaling: s_x, s_y, s_z
2. orientation: φ, θ, ψ
3. position: q_x, q_y, q_z

$$M = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ q_x & q_y & q_z & 1 \end{bmatrix}$$

model
trafo
matrix

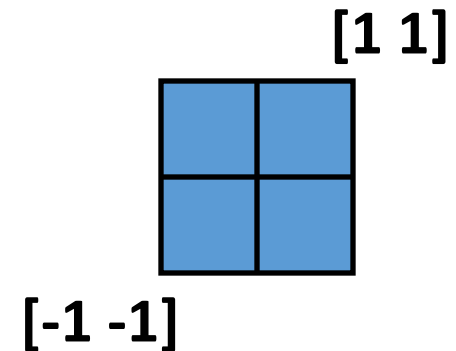
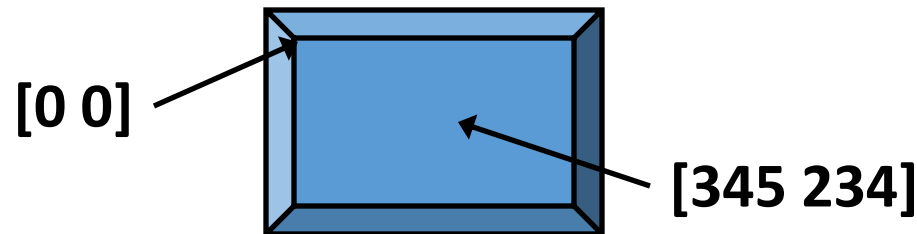
Transzformációs csővezeték

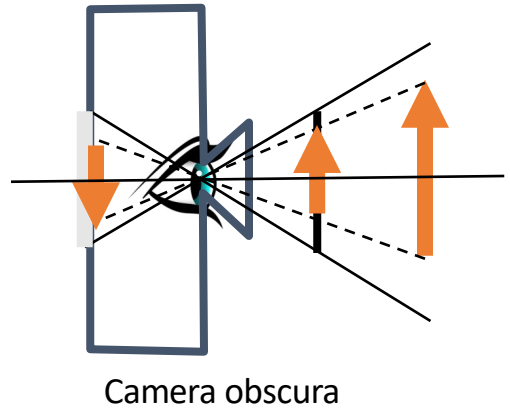
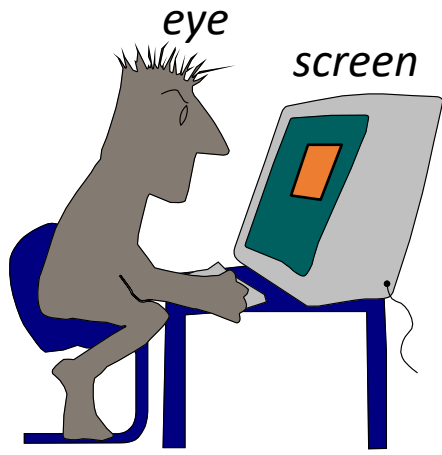
- modellezési transzformáció: ✓
 $\check{r}_{\text{world}} = \check{r}_{\text{model}}M$
 $\check{n}_{\text{world}} = \check{n}_{\text{model}}M^{-1T}$
- nézeti transzformáció: $\check{r}_{\text{camera}} = \check{r}_{\text{world}}V$
- vetítési transzformáció: $\check{r}_{\text{ndc}} = \check{r}_{\text{camera}}P$
- együtt:

MVP

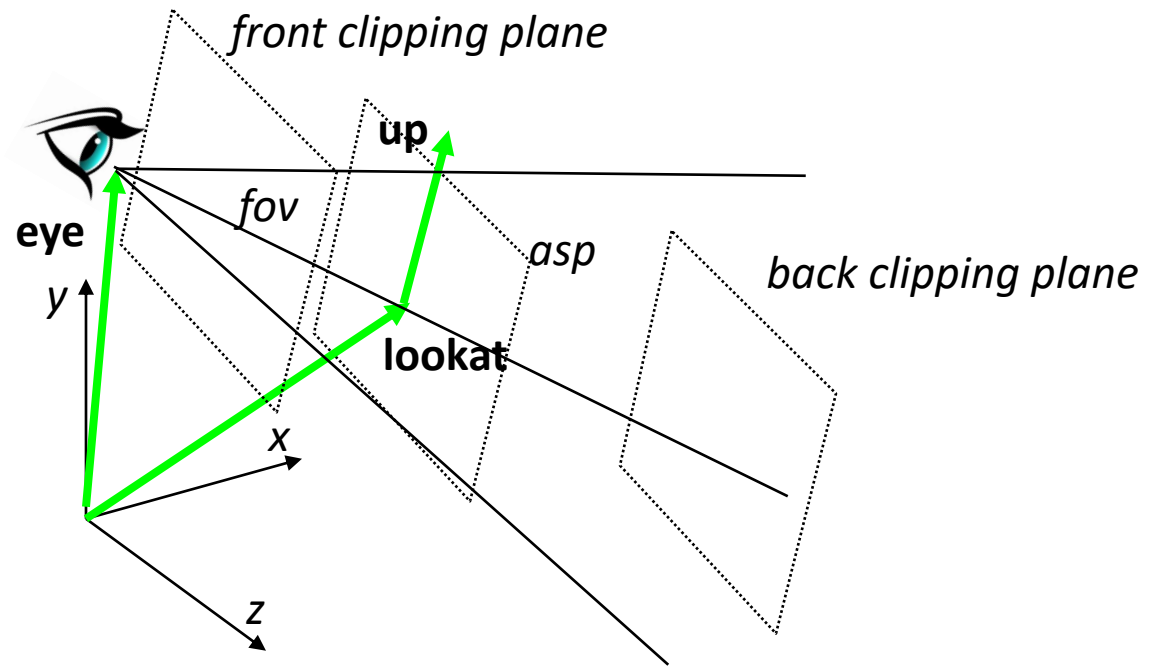
Hova kell ezt rajzolni a képernyőn?

- Az összes többi transzformáció ennek a kiszámolására megy
 - kamera transzformáció
 - hol van a pont a kamerához képest
 - vetítési transzformáció
 - hova vetül ez az ablak téglalapjára
 - viewport transzformáció
 - melyik pixel

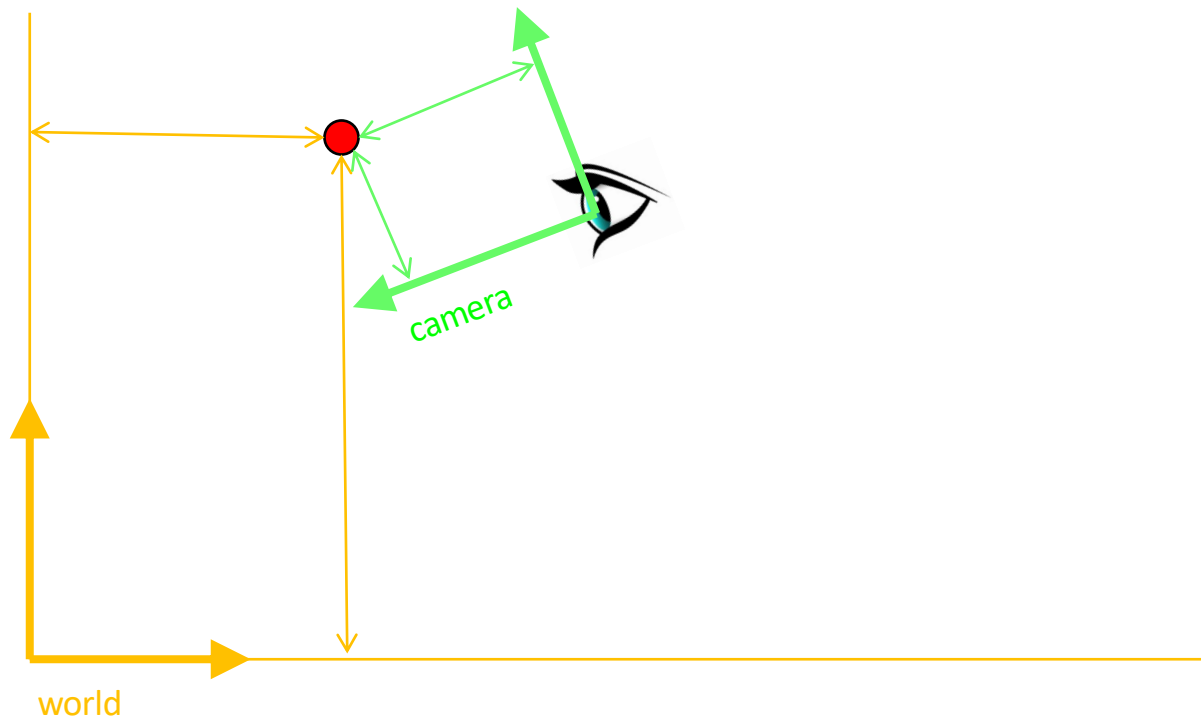




Kameramodell

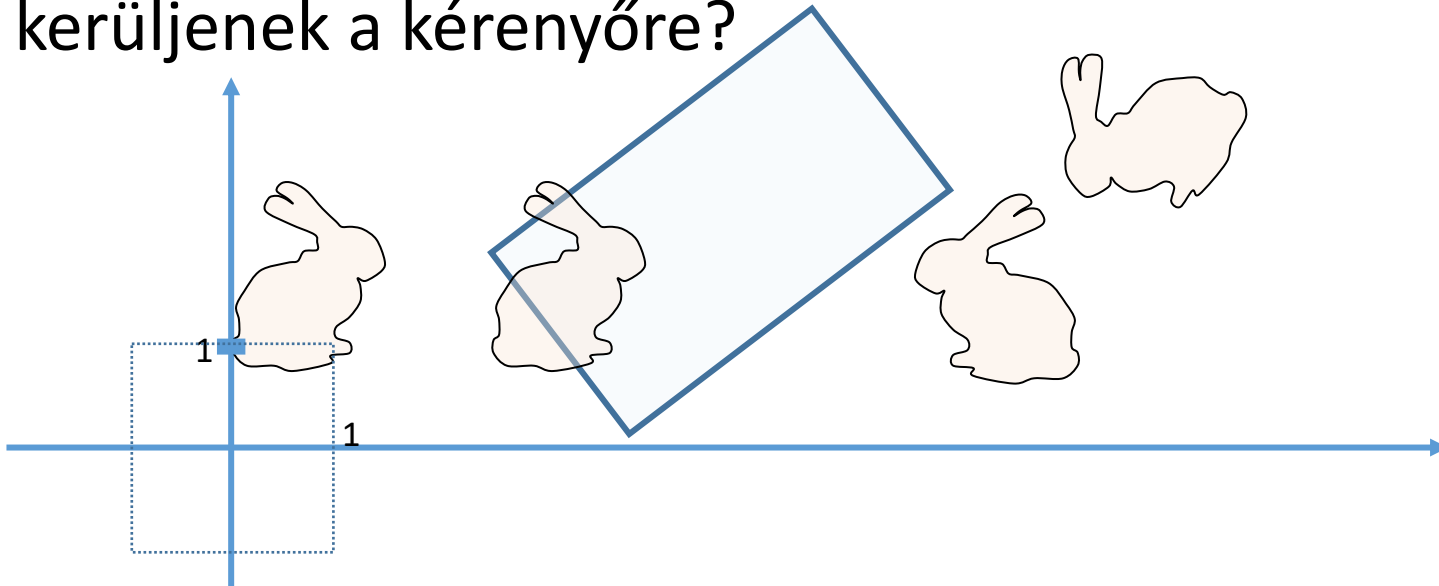


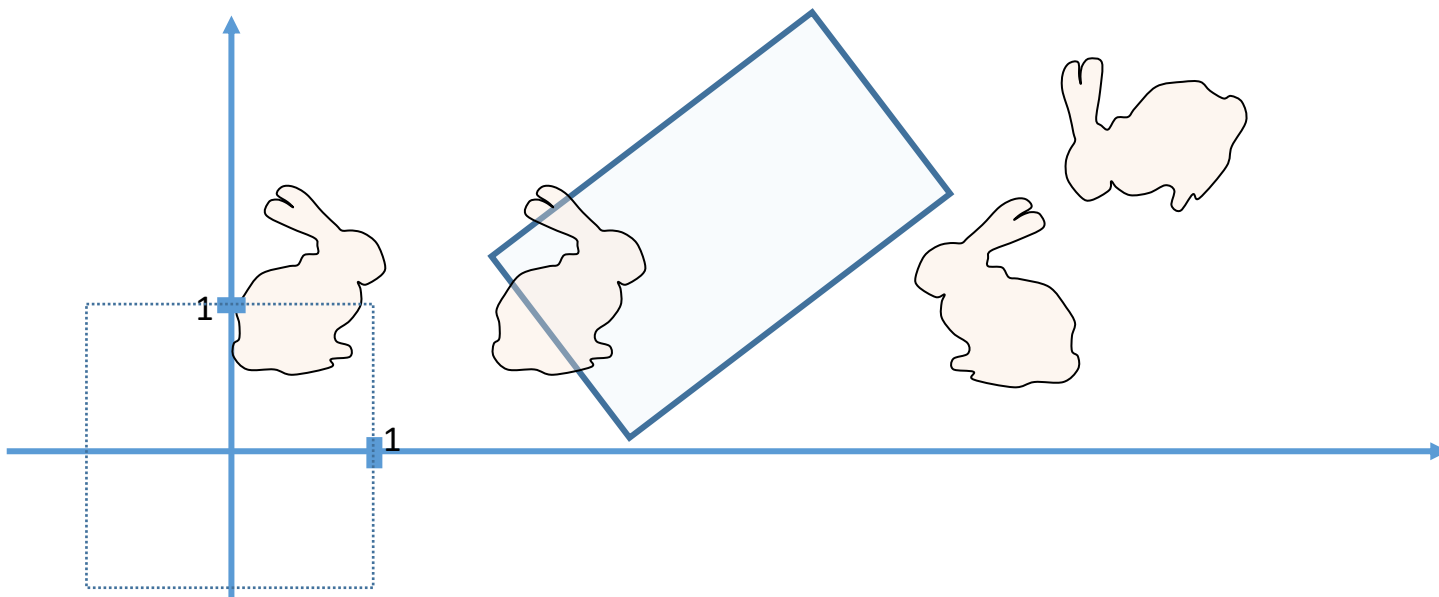
Nézeti transzformáció (statikus interpretáció)



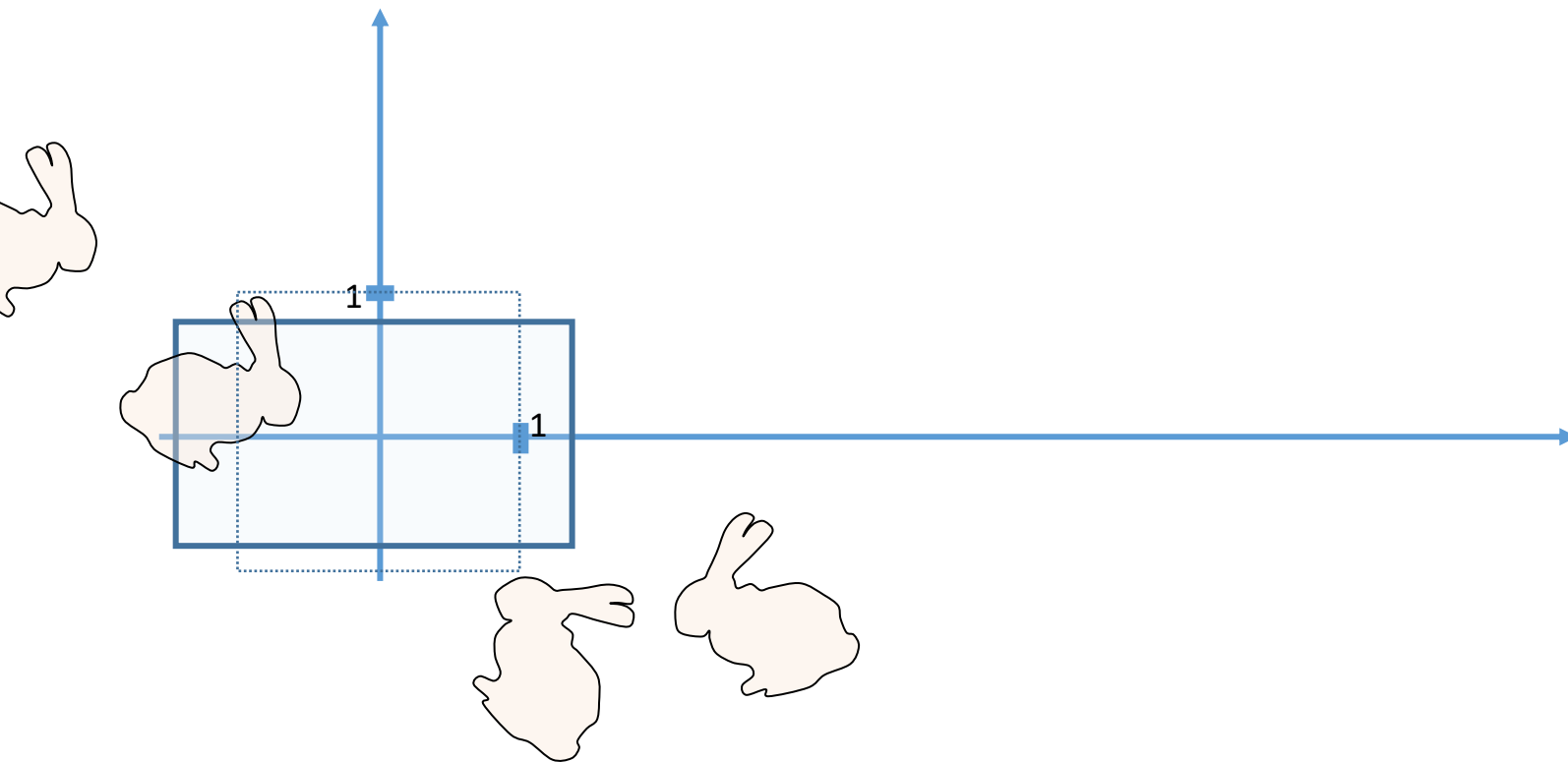
Emlékeztető – 2D trafó

- Hova kerül a pont a képernyőn?
illetve:
- Mit csináljunk a pontokkal, hogy a kívánt részek kerüljenek a képernyőre?

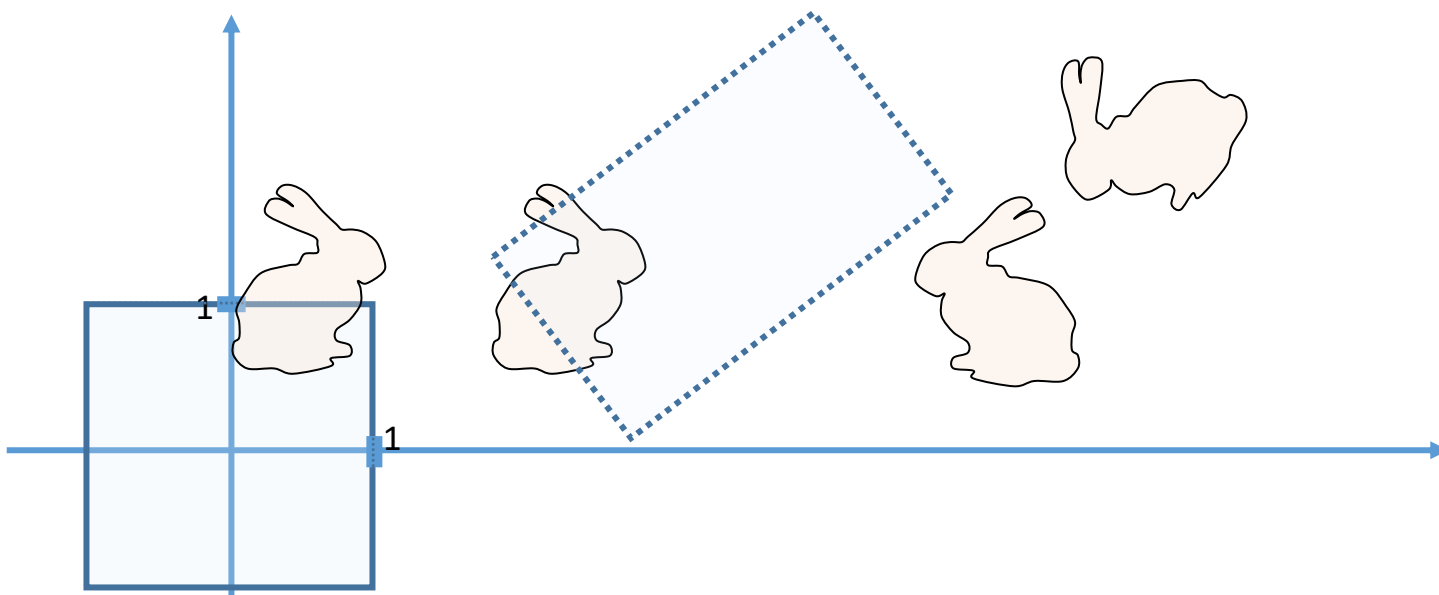




$$\begin{pmatrix} c_x & c_y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_x & w_y & 1 \end{pmatrix} T_{\text{view}} R_{\text{view}}$$



$$\begin{pmatrix} c_x & c_y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_x & w_y & 1 \end{pmatrix} T_{\text{view}} \mathbf{R}_{\text{view}} \mathbf{S}_{\text{view}}$$



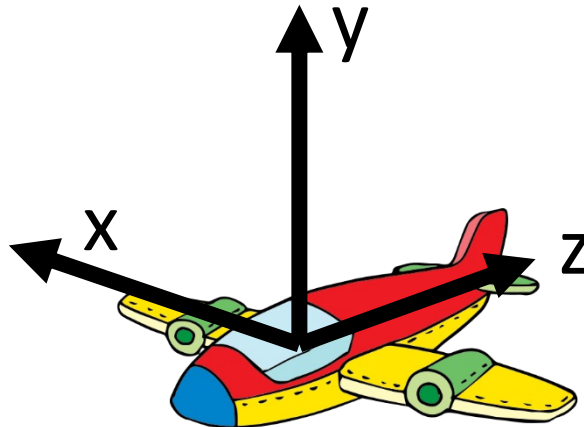
$$\begin{pmatrix} c_x & c_y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_x & w_y & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}_{\text{view}} \mathbf{R}_{\text{view}} \mathbf{S}_{\text{view}} \quad \left(\frac{1}{2} \mathbf{S}_{\text{window size}} \mathbf{R}_{\text{window angle}} \mathbf{T}_{\text{window pos}} \right)^{-1}$$

Kameraorientáció geometriája

- jobbkezes

- főirányok

- x: jobbra
- y: fel
- z: hátra (előre a -z)



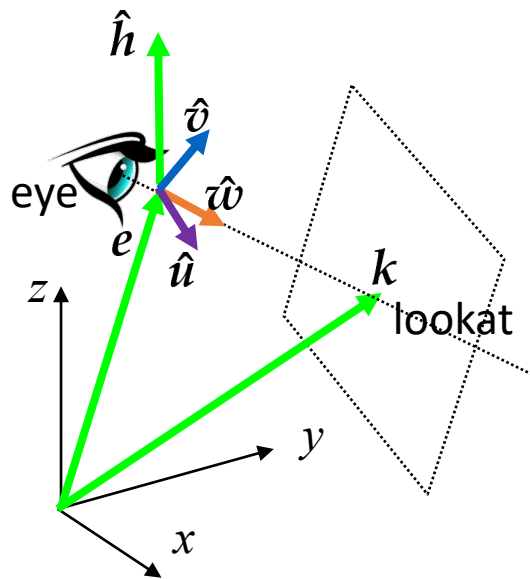
- elforgatási szögek:

- yaw – legyezés
- pitch – menetemelkedés
- roll - orsózás



Nézeti transzformáció: főirányok nézett pontból

generic upwards



$$\hat{w} = \frac{k - e}{|k - e|}$$

ahead

$$\hat{u} = \frac{\hat{w} \times \hat{h}}{|\hat{w} \times \hat{h}|}$$

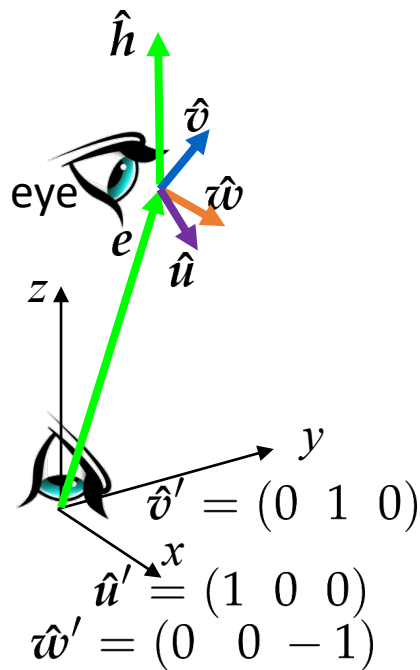
right

$$\hat{v} = \hat{u} \times \hat{w}$$

up

Nézeti transzformáció: mátrix a főirányokból és a pozícióból

generic upwards



$$\hat{w} = \frac{k - e}{|k - e|} \quad \hat{u} = \frac{\hat{w} \times \hat{h}}{|\hat{w} \times \hat{h}|} \quad \hat{v} = \hat{u} \times \hat{w}$$

ahead
right
camera up

$$V = \left(\begin{array}{cccc} \left[\begin{array}{cccc} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ -w_x & -w_y & -w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_x & e_y & e_z & 1 \end{array} \right] & & \\ & & & \end{array} \right)^{-1}$$

$$\check{r}_{\text{camera}} = \check{r}_{\text{world}} V$$

Yaw-pitch-roll: másik mód a kameraorientáció megadására

$$V = \left(\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_x & e_y & e_z & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right)^{-1}$$

roll pitch yaw

- egérrel vezérléshez kényelmesebb
- egérmozgás változtatja a szöveget

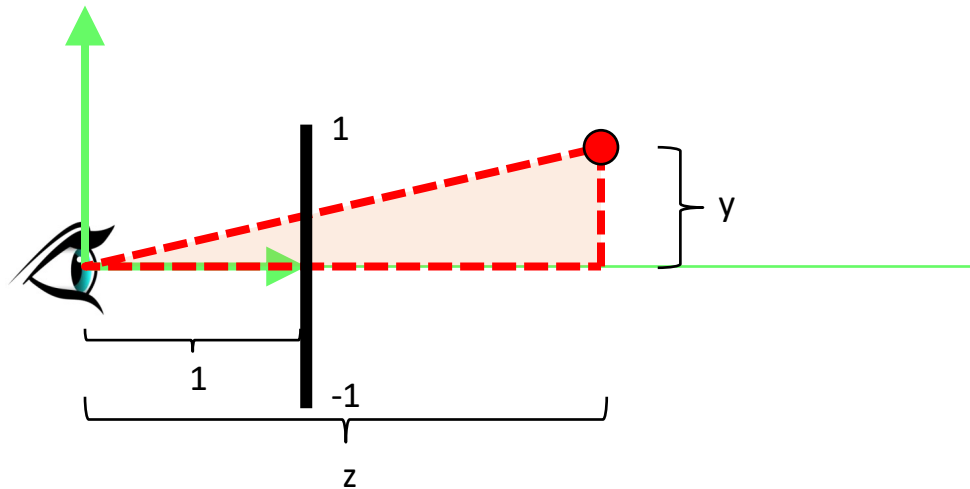
Előreirány a yaw-pitch-ből (nulla roll)

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_x & e_y & e_z & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

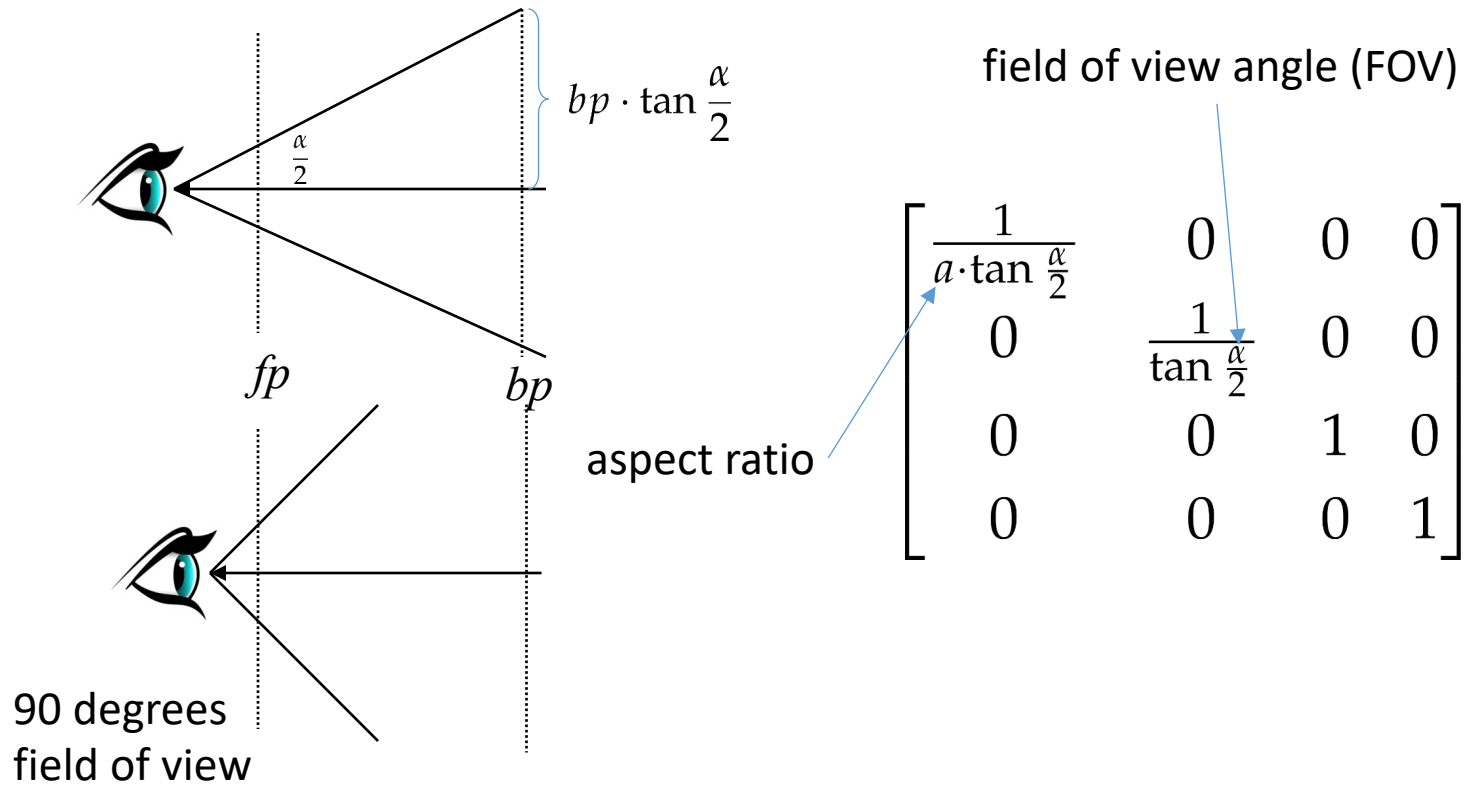
$$\hat{w} = \begin{bmatrix} 0 & \sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta \sin \varphi & \sin \theta & -\cos \theta \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

Vetítési transzformáció (statikus interpretáció)



- képernyőkoordináták: $(y/z, 1)$
homogén koordinátákban $(y/z, 1, 1)$
vagyis (y, z, z)

Normalizálás



Osztás mátrixszorzással? Csak homogén koordinátákban!

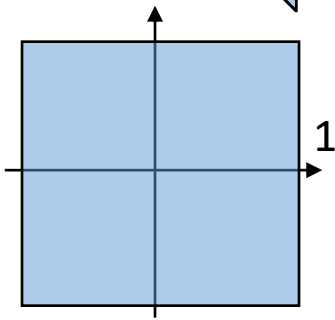
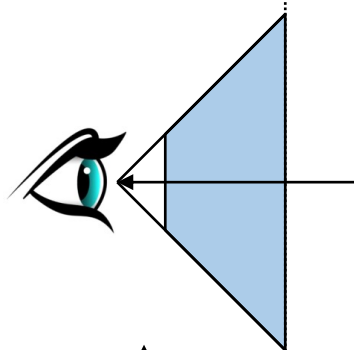
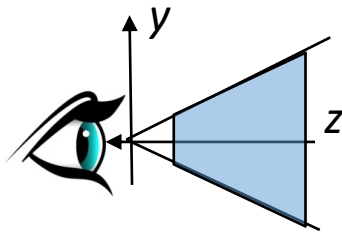
$$\check{x}_{\text{ndc}} / \check{w}_{\text{ndc}} = \check{x}_{\text{ncam}} / \check{z}_{\text{ncam}}$$

$$\check{y}_{\text{ndc}} / \check{w}_{\text{ndc}} = \check{y}_{\text{ncam}} / \check{z}_{\text{ncam}}$$

$$\begin{bmatrix} \check{x}_{\text{ndc}} & \check{y}_{\text{ndc}} & \check{z}_{\text{ndc}} & \check{w}_{\text{ndc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{x}_{\text{ncam}} & \check{y}_{\text{ncam}} & \check{z}_{\text{ncam}} & \check{w}_{\text{ncam}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \end{bmatrix}$$

milyen mátrix jön ide?

Perspektív vetítés mélységgel



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{a \tan(\frac{\alpha}{2})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a \tan(\frac{\alpha}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \frac{f+b}{b-f} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{2fb}{b-f} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\check{\mathbf{r}}_{\text{ndc}} = \check{\mathbf{r}}_{\text{camera}} \mathbf{P} \quad w_{\text{ndc}} = -z_{\text{camera}}$$

$$\mathbf{r}_{\text{ndc}} = \left(x_{\text{ndc}} \quad y_{\text{ndc}} \quad z_{\text{ndc}} \right) / w_{\text{ndc}}$$

Kameraparaméterek

```
class PerspectiveCamera(vararg programs : Program) :  
UniformProvider("camera") {
```

```
    val position by Vec3(0.0f, 0.0f, 0.0f)
```

```
    var roll = 0.0f
```

```
    var pitch = 0.0f
```

```
    var yaw = 0.0f
```

```
    var ahead = Vec3(0.0f, 0.0f, -1.0f)
```

```
    var right = Vec3(1.0f, 0.0f, 0.0f)
```

```
    var up = Vec3(0.0f, 1.0f, 0.0f)
```

jobbkezes

koordinátarendszer:

x jobbra, y fel, z hátrafelé

Kameraparaméterek

```
var fov = 1.0f  
var aspect = 1.0f  
var nearPlane = 0.1f  
var farPlane = 1000.0f
```

Tagváltozók mozgatáshoz

```
var speed = 0.005f  
var isDragging = false  
val mouseDelta = Vec2(0.0f, 0.0f)
```

Mátrixok

```
val rotationMatrix = Mat4()  
val viewProjMatrix by Mat4()  
val rayDirMatrix by Mat4()
```

Világ felfelé iránya

```
companion object {  
    val worldUp = Vec3(0.0f, 1.0f, 0.0f)  
}
```

View mátrix számítása

```
rotationMatrix.set().  
  rotate(roll).  
  rotate(pitch, 1.0f, 0.0f, 0.0f).  
  rotate(yaw, 0.0f, 1.0f, 0.0f)  
viewProjMatrix.set(rotationMatrix).  
  translate(position).  
  invert()
```

Proj mátrix számítása

```
val yScale = 1.0f / tan(fov * 0.5f)
val xScale = yScale / aspect
val f = farPlane
val n = nearPlane
viewProjMatrix *= Mat4(
    xScale ,    0.0f ,    0.0f ,    0.0f,
    0.0f ,    yScale ,    0.0f ,    0.0f,
    0.0f ,    0.0f ,    (n+f)/(n-f) ,    -1.0f,
    0.0f ,    0.0f ,    2*n*f/(n-f) ,    0.0f)
```

Mozgatás: yaw, pitch drag

yaw y körül forgat balra
ha jobbra húzom, jobbra

```
fun move(dt : Float, keyPressed : Set<String>) {  
    if(isDragging) {  
        yaw ←= mouseDelta.x * 0.002f  
        pitch -= mouseDelta.y * 0.002f  
        if(pitch > 3.14f/2.0f) { pitch = 3.14f/2.0f }  
        if(pitch < -3.14f/2.0f) {  
            pitch = -3.14f/2.0f  
        }  
        mouseDelta.set()  
    }  
}
```

pitch x körül forgat felfelé
ha lefelé húzom, lefelé forduljon

Mozgatás: főirányok a szögekből

```
ahead = (Vec3(0.0f, 0.0f, -1.0f).xyz *  
rotationMatrix).xyz  
    right = (Vec3(1.0f, 0.0f, 0.0f).xyz *  
rotationMatrix).xyz  
    up     = (Vec3(0.0f, 1.0f, 0.0f).xyz *  
rotationMatrix).xyz
```

Mozgatás gombokkal

```
if("W" in keyPressed) { position += ahead * (speed * dt) }
  if("S" in keyPressed) { position -= ahead * (speed * dt) }
  if("D" in keyPressed) { position += right * (speed * dt) }
  if("A" in keyPressed) { position -= right * (speed * dt) }
  if("E" in keyPressed) { position += up * (speed * dt) }
  if("Q" in keyPressed) { position -= up * (speed * dt) }
```

Eseménykezelők – meg is kell hívni őket!

```
fun mouseDown() {  
    isDragging = true  
    mouseDelta.set()  
}
```

```
fun mouseMove(event : MouseEvent) {  
    mouseDelta.x += event.asDynamic().movementX as Float  
    mouseDelta.y += event.asDynamic().movementY as Float  
    event.preventDefault()  
}
```

```
fun mouseUp() {  
    isDragging = false  
}
```

```
}
```

Képméretarány állítása – ezt is meg kell hívni!

```
fun setAspectRatio(ar : Float) {  
    aspect = ar  
    update()  
}
```

Sugárirány kiszámítása NDC-ből

$$\mathbf{x}_w \mathbf{VP} = \mathbf{x}_{\text{ndc}}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}_w - \mathbf{e} \qquad \hat{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{d}}{|\mathbf{d}|}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}_{\text{ndc}} (\mathbf{VP})^{-1} - \mathbf{e}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}_{\text{ndc}} (\mathbf{VP})^{-1} \mathbf{E}^{-1}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}_{\text{ndc}} (\mathbf{EVP})^{-1}$$

$(\mathbf{EVP})^{-1}$ -et nevezzük rayDirMatrix-nak

Konstruktorban, ill. mozgítás után

```
rayDirMatrix.set().translate(position)  
rayDirMatrix *= viewProjMatrix  
rayDirMatrix.invert()
```