

## **3D geometriai modellezés és alakzatrekonstrukció 2022. tavaszi félév, vizsga**

### **A vizsga rendje:**

Egy alkalommal (lehetőség szerint) max 10 hallgató vizsgázik, először írásban.

1. Hét tématerületről jönnek majd kérdések:

1. Differenciálgeometriai alapok, görbék és felületek
2. Háromszöghálók
3. Bézier vagy B-spline görbék és felületek
4. Interpoláló felületek vagy rekurzív felosztásos felületek
5. Tömör testek
6. Interpoláció vagy approximáció B-spline-okkal
7. A digitális alakzatrekonstrukció folyamata vagy Méréstechnika vagy 3D printing

Kérem a feladatok megoldáshoz ne használjanak segédanyagokat.

2. 75 perc lesz a kidolgozásra, ha valamelyik feladat nem világos - jelezzék.

3. A feladatlapok kijavítása után mindenki kap egy megajánlott jegyet; az eredményeket az IB410 előtt fogom kifüggeszteni illetve Teams-en közölni kb. 1 órákor. Ezután lehetőség van a javított feladatlap megtekintésére, illetve a megajánlott jegy javítására szóbeli vizsgán – feltéve, hogy jelezve van, hogy a javításra van esély. A szóbeli megbeszéléseket személyesen a helyszínen, vagy Teams-en tudjuk egyeztetni.

4. Végül felviszem a jegyeket a Neptun-ba.

Az alábbiakban az elvárt válasz jellegét a következő betűkkel jelöltem: T– text, R – rajz, K – képlet, UGy – ujjgyakorlat. A kérdésekre adandó válasz mindig megtalálható a vonatkozó előadási slide-okon. Fontos, hogy az ujjgyakorlatokat, illetve azok variánsait meg tudják oldani. A honlap legalján található egy új file, amely a lehetséges ujjgyakorlat feladatokat tartalmazza.

## Feladatok - az előadási slide-ok sorszámai alapján

### 1. Görbék és felületek (1b)

- Hogyan lehet pontokat kombinálni, mit jelent az affin invariancia, miért fontos ez (1b:3-7, 27,28) T+K
- UGy: Hogyan lehet ponthalmazokat kombinálni (súlyozni); lásd UGy(pontok kombinálása)
- UGy: Szemléltesse az affin invarianciát egy egyszerű Bézier görbe esetén; lásd UGy(affin invariancia)
- Hasonlítsa össze az implicit és parametrikus felületreprezentációkat, előnyök-hátrányok (1b:10) T+K
- Implicit görbék egyenlete és értelmezése (1b:13,14) T+K
- UGy: értékelje ki egy implicit görbét; milyen feltételekbe esnek az adott pontok; határozza meg a gradienst és az érintő egyenest egy kiválasztott pontban; lásd UGy(Implicit görbék) vagy (1b:15,16)
- UGy: határozza meg az adott felület gradiensét és értékelje ki egy adott pontban, majd ez alapján írja fel az érintősík egyenletét; lásd UGy(Implicit felületek)
- Parametrikus görbék egyenlete; deriváltak, tangens, simuló sík és simuló kör származtatása; a görbület bevezetésének szükségessége; a torzió és a kísérő triéder definíciója 3D-s görbénél (1b:17,20,25,26) T+R+K
- UGy: határozza meg egy parametrikus görbe érintő egyenesének egyenletét; lásd UGy(érintő egyenes) vagy (1b:21,22)
- Mit jelent az átparaméterezés, mi az ívhossz szerinti paraméterezés (1b:18, 26), ismertesse milyen határérték alapján határozzuk meg egy parametrikus görbe ívhosszát; hogyan adódik az integrálformula (1b:19) T+K
- UGy: paraméterezze át az adott parametrikus görbét; UGy(átparaméterezés)
- Implicit felületek egyenlete és értelmezése (1b:30) T+K
- Parametrikus felületek egyenlete; deriváltak, normálvektor, konstans paraméter vonalak (1b:31), ismertesse milyen határérték alapján határozzuk meg egy parametrikus felület területét; hogyan adódik az integrálformula (1b:34) T+K
- UGy: írja fel az adott konstans paramétervonal egyenletét, határozzon meg deriváltakat és felületi pontokat; UGy(parametrikus felületek) vagy (1b:32,33)
- Parametrikus felületek görbülete, főgörbületek, az Euler egyenlet jelentése, Gauss és átlag görbület definíciója, pontok jellemzése, umbilikus pontok (1b:31,35,37,40), T+R+K

### 2. Háromszöghálók (2a-2b)

- Ismertesse milyen mérőszámokkal lehet háromszöghálókat jellemezni (2a:3-7); adja meg a Delaunay kritériumot és a háromszögelés kedvező jellemzőit; ismertesse a Voronoi tesszelláció tulajdonságait; magyarázza el a duális struktúrát (2a:8-9); milyen kritérium alapján működik az élcseré algoritmus (2a:10) T+K+R
- UGy: rajzolja meg az adott ponthalmazhoz tartozó Voronoi diagrammot és Delaunay triangulációt; lásd UGy(Delaunay...) vagy (1b:11,12)
- Magyarázza el a söprővonal algoritmus (Fortune) lényegét; mutassa be a csúcs-eseményt (új D-csúcs) és a kör-eseményt (új V-csúcs) (1b:14,15) T+R
- Miért nehéz implicit felületeket háromszögelni; ismertesse a sétáló négyzet/kocka algoritmus lényegét (1a:23,26); írja le miért könnyű vágott (trimmelt) parametrikus felületeket háromszögelni (1b:22) T+R
- UGy: értékeljen ki egy implicit görbét a sétáló négyzet módszer segítségével; lásd UGy(sétáló négyzet) vagy (1b:23)

## 5. Görbék és felületek I. (Bézier)

- Mi a Lagrange interpoláció lényege, milyen tulajdonságokkal rendelkeznek a súlyfüggvények; mi a Hermite interpoláció lényege, milyen tulajdonságokkal rendelkeznek a súlyfüggvények (5:3,4):
- UGy: bizonyítsa be, hogy az adott súlyfüggvények megvalósítják a Hermite interpolációt; UGy(Hermite...) vagy (5:5,6)
- Hogyan definiáljuk a Bernstein polinomokat, írja fel pl.  $B^5_2(t)$  súlyfüggvényt és segítségével ismertesse a Bernstein polinomok legfontosabb tulajdonságait (5:7-8) T+K
- Írja fel a Bézier görbe egyenletét és ismertesse a legfontosabb tulajdonságait (5:9,10) T+K
- UGy: hajtsa végre a de Casteljau algoritmust az adott kontrollpoligon alapján; UGy(de Casteljau) vagy (5:12,13)
- UGy: hajtsa végre egy fokszámemelést az adott kontrollpoligon alapján; UGy(fokszámemelés) vagy (5:12,13)
- Hogyan lehet meghatározni a Bézier görbék deriváltjait (5:15); két szegmens összeillesztésénél mit jelent a parametrikus illetve a geometriai folytonosság (görbületképlet nem kell) (5:15-16) T+K+R
- Írja fel a Bézier felületek egyenletét (5:17), hogyan lehet kiszámolni a deriváltakat a határok mentén (5:18); mi a bilineáris interpoláció, szemléltesse a de Casteljau algoritmust felületekre (5:19) T+K+R

## 6. Görbék és felületek II. (B-spline)

- Hasonlítsa össze a Bézier és B-spline reprezentációkat; mi indokolta a B-spline-ok bevezetését (6:3,17) T+K+R
- Írja fel a B-spline görbe egyenletét, és ismertesse a legfontosabb tulajdonságait (6:3,7) T+K+R
- Foglalja össze a harmadfokú B-spline bázisfüggvények tulajdonságait; milyen folytonosság teljesül a B-spline szegmensei között; mit jelent a végponti interpoláció; hogyan keletkeznek zárt B-spline-ok (6:3-7) (a rekurzív formula nem kell) T+K+R
- Mire szolgál a poláris forma, ismertesse a négy alaptulajdonságot (6:8) T+K+R
- UGy: határozza meg egy adott B-spline görbe poláris koordinátáit (címkeít) és a szegmens végpontjait; lásd UGy(poláris koordináták) vagy (6:10,11)
- UGy: szűrjön be egy új csomót az adott csomóvektorba és határozza meg az új kontrollpont poláris koordinátáit; lásd UGy(csomó beszúrás) vagy (6:12,13)
- UGy: B-spline görbe kiértékelése többszörös csomóbeszúrással; a de Boor algoritmus szemléltetése, lásd UGy(de Boor) (6:14)
- UGy: Bézier szegmensek előállítás B-spline-ból polár koordináták segítségével; lásd UGy(Bézier szegmensek) (6:15)
- Írja fel a B-spline felület egyenletét, és ismertesse a legfontosabb tulajdonságait (6:18)

## 7. Interpoláló felületek

- Ismertesse az elvi különbséget a kontrollpont alapú tenzorszorzat felületek és az interpoláló felületek között (7:3-5); mi a lineáris Coons felület inputja; milyen komponensekből tevődik össze a Boolean sum egyenlet (7:6, képlet kell); mi a különbség a lineáris és a G1 Coons felületek között (6:8, képlet nem kell); T+R+K
- Írja fel a ribbon alapú, n-oldalú felületek egyenletét; magyarázza el mi a ribbon, mi a domén, milyen célt szolgálnak a súlyfüggvények és mi az  $(u,v) \rightarrow (s_i, h_i)$  leképezés lényege (7:13-17); T+R+K

- UGy: határozzon meg egy n-oldalú poligonális domént az adott határgörbék alapján (7:15); **UGy(domén)**
- Magyarázza el, milyen feltételeket kell kielégítenie a ribbon alapú interpoláló felületek súlyfüggvényeinek (7:17) T+R+K
- UGy: hozza létre az adott n-patch i-edik súlyfüggvényét és mutassa meg, hogy az elvárt tulajdonságok teljesülnek; lásd **UGy(súlyfüggvény)** vagy (7:18,19)

## 8. Rekurzív felosztáson alapuló felületek

(A súlyozási képletekre nincs szükség, de a szabályokat érteni kell.)

- Ismertesse a rekurzív poliéder felosztáson alapuló felületdefiníciós módszer lényegét (8:4); milyen elvárásaink vannak a kontrollpoliéderrel és a határfelülettel kapcsolatban (8:9,10)
- UGy: mutassa be a három ismert görbe felosztási algoritmust az adott poligonok alapján (saroklevágás (8:4), húrfelezés (8:7), interpoláló felosztás (8:8)); lásd **UGy(rekurzív poligonosztás)**.
- UGy: mutassa be az X általános poliédert rekurzívan felosztó algoritmust; X= Doo-Sabin (8:11), Catmull-Clark (8:16), középosztás (8:17); lásd **UGy(rekurzív felosztás<sub>1</sub>)** vagy (8:5,6)
- UGy: határozza meg a Doo-Sabin súlyokat egy n-oldalú lapra az adott képlet alapján; lásd **UGy(Doo-Sabin)** vagy (8:14,15)
- UGy: mutassa be az X háromszögalapú poliédert rekurzívan felosztó algoritmust; X= Loop (8:18), gyök3 (8:19); lásd **UGy(rekurzív felosztás<sub>2</sub>)**

## 9. Interpoláció B-spline görbékkel

- Magyarázza el, hogy miért preferáljuk a B-spline alapú görbeinterpolációt a szakaszonkénti interpolációval szemben; mi az input és milyen mennyiségeket kell meghatároznunk; milyen egyenleteknek kell teljesülnie a belső adatpontokban (képlet kell); a szélső kontrollpontok hogyan vannak meghatározva (9:6,7)
- Mit jelent az, hogy a B-spline interpolációs feladat alulhatározott, milyen lehetőségek vannak a végpontok megkötésére (9:8)
- UGy: határozza meg az induló tangens nagyságát a parabolikus módszer segítségével (9:8); **UGy(tangens becslés)** vagy (9:9,10)
- UGy: Határozza meg az adatpontokhoz tartozó paraméterértékeket (9:11); **UGy(parametrizáció)**

## 12. Tömör testek modellezése

- A tömör testmodellezés lényege (12:3-6) T
- A konstruktív testmodellezés; előnyök és hátrányok (12:7-8) T+R;
- UGy: adott 2D-s primitívek alapján építsen fel CSG fákat; lásd **UGy(CSG)**.
- A határolóelem reprezentáció; előnyök és hátrányok (12:9-11) T+R
- Lokális operációk a tömör testmodellezésben, előnyök és hátrányok, példák (12:13-14). T+R
- Az általános Euler-Poincare egyenlet - képlet is kell (12:15) T+K
- UGy: mutassa meg, hogy az egyenlet teljesül ; lásd **UGy(E-P egyenlet)** vagy (12:17,18)
- Az Euler operációk definíciója, néhány példa – a 'make' és 'kill' operációk (12:19)
- UGy: generáljon egy operáció sorozatot (MEV, MEF, KEML), amely az A állapotból B-be visz; lásd **UGy(Euler operációk)** vagy (12:20,21)

#### 14. Digitális alakzatrekonstrukció - Bevezetés

- A digitális alakzatrekonstrukció célja, folyamata, és négy legfontosabb alkalmazási területe (14:2, 4-8) T
- Digitális alakzatrekonstrukció - objektumok osztályozása (14:10-11) T
- Digitális alakzatrekonstrukció - sorolja fel a folyamat 10 fázisát, néhány mondatban ismertesse mi történik az X-edik fázisban (14:13-27) T

#### 15. Digitális alakzatrekonstrukció - Méréstechnika

- Ismertesse milyen általános szempontok szerint hasonlítjuk össze a 3D-s szkennereket (15:2,3); hasonlítsa össze ezen szempontok alapján az X1 technikát az X2 technikával (15:4-8); (X1,X2= hagyományos koordinátamérőgép (CMM), Lidar, lézer trianguláció, struktúrált fény, photogrammetria, volumetrikus szkennelés) T+R

#### 18. Szabadformájú felületek illesztése

- Ismertesse, hogy rögzített kontrollpont szám és paraméterezés esetén, hogyan kell egy B-spline görbét illeszteni egy adott ponthalmazra; mi az input és az output; hogyan számoljuk a távolságokat; mi a minimalizálandó mennyiség, amelyből kijönnek az egyenletek (18:5) (maga a mátrixegyenlet felírása és az egyenletrendszer képlete nem kell) T+K
- Ismertesse a görbe approximációs feladat megoldásának iteratív lépéseit, mikor és hogyan bővítjük a kontrollpontok számát, hogyan értékeljük ki az illesztést és hogyan javítjuk a paraméterezést (18:4,6) T+K+R
- Ugy: hajtson végre egy paraméterkorrekciós lépést az adott parametrikus görbénél; lásd Ugy(paraméterkorrekció) vagy (18:7,8)
- Ismertesse, hogy rögzített kontrollpont szám és paraméterezés esetén, hogyan kell egy B-spline felületet illeszteni egy adott ponthalmazra; mi az input és mi az output; hogyan számoljuk a távolságokat, mi a minimalizálandó mennyiség, amelyből kijönnek az egyenletek (18:9) (maga a mátrixegyenlet felírása és az egyenletrendszer képlete nem kell) T+K
- Hogyan kell paraméterkorrekciót végrehajtani B-spline felületek esetén (18:10); soroljon fel néhány lehetőséget a kezdeti paraméterezés meghatározására (18:11,12) T+K+R

#### 21. 3D nyomtatás

- Ismertesse az additív megmunkálás lényegét. Milyen alkalmazási területeket ismer? (21:3-6) T
- Milyen előnyöket biztosít a 3D nyomtatás a hagyományos eljárásokkal szemben? (21:6-13) T
- Az additív megmunkálás algoritmikus lépései. (21:14-15) T
- Milyen problémákat kell kezelni az additív megmunkálás során? (21:6,14,16-18) T+R
- Ismertesse a 3D nyomtatás három alaptermékét; egy szemantikusan ábrázolt ábrával magyarázza el az X eljárás lényegét (X= huzalolvasztás vagy sztereolitográfia vagy összesítés (sintering)) (21:19-22) T+R