

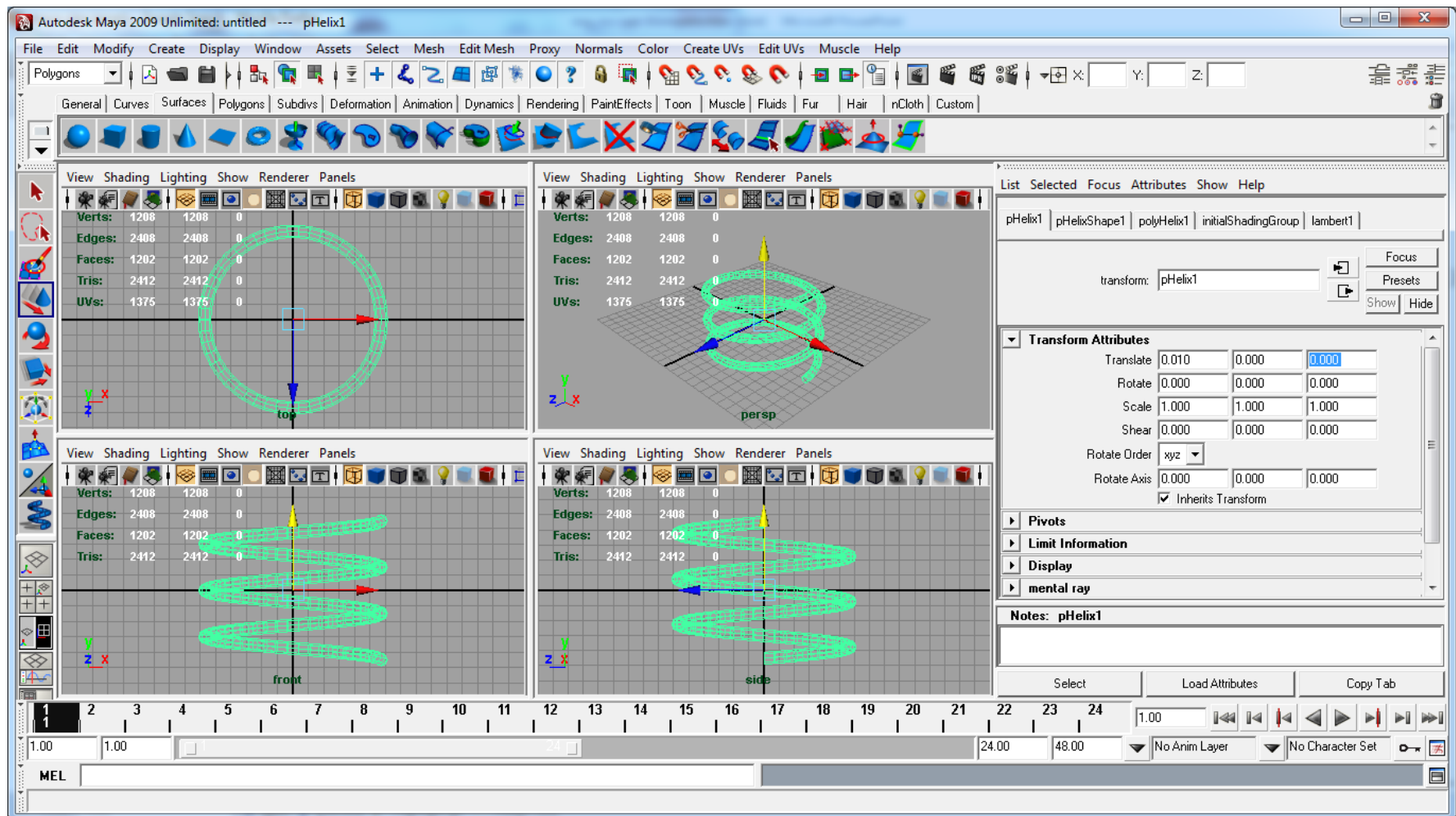
# Transzformációk

Grafikus játékok fejlesztése

Szécsi László

2013.02.26. t05-transform

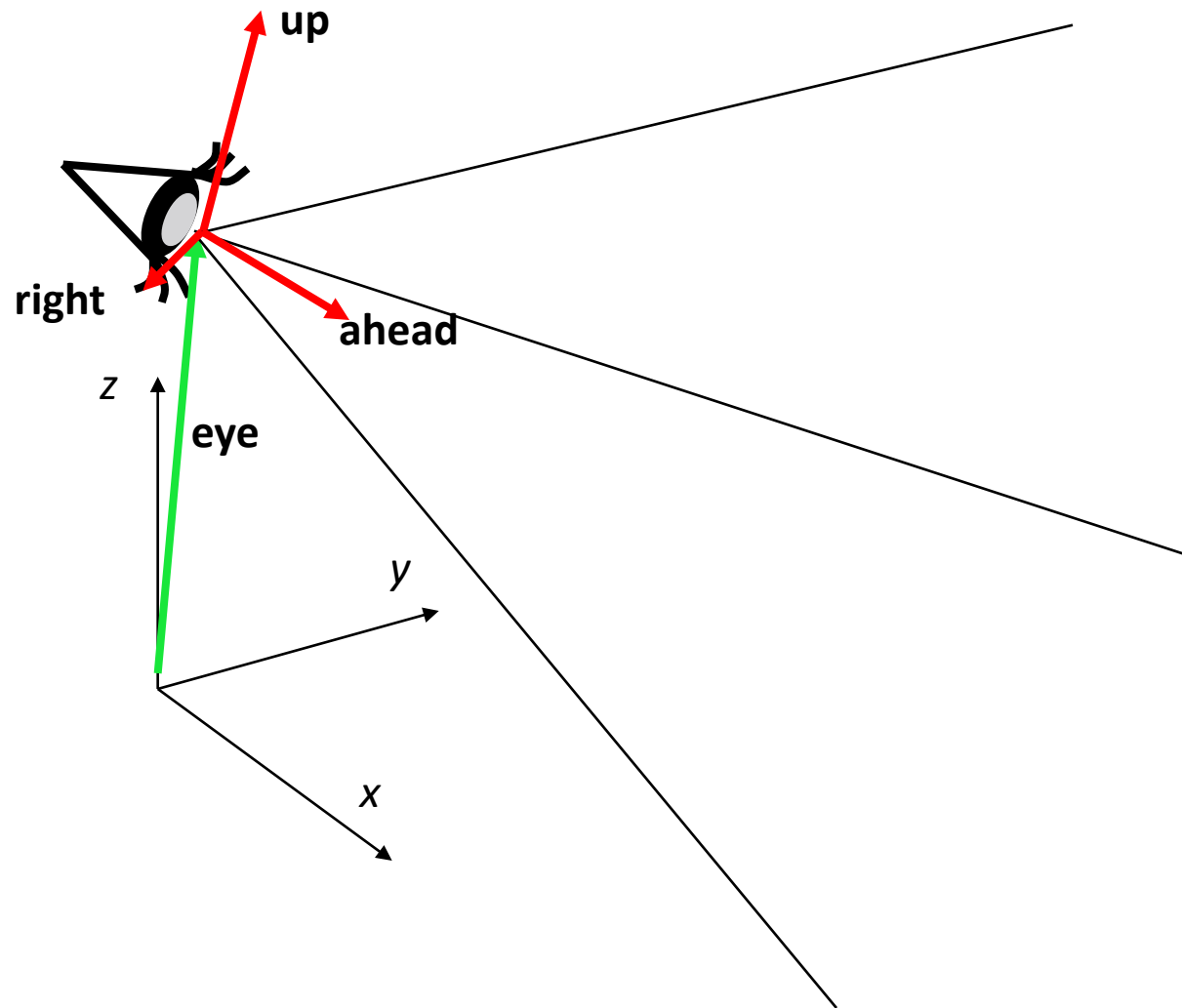
# Koordináta-rendszerek: modelltér



# Koordinátarendszerek: világgtér

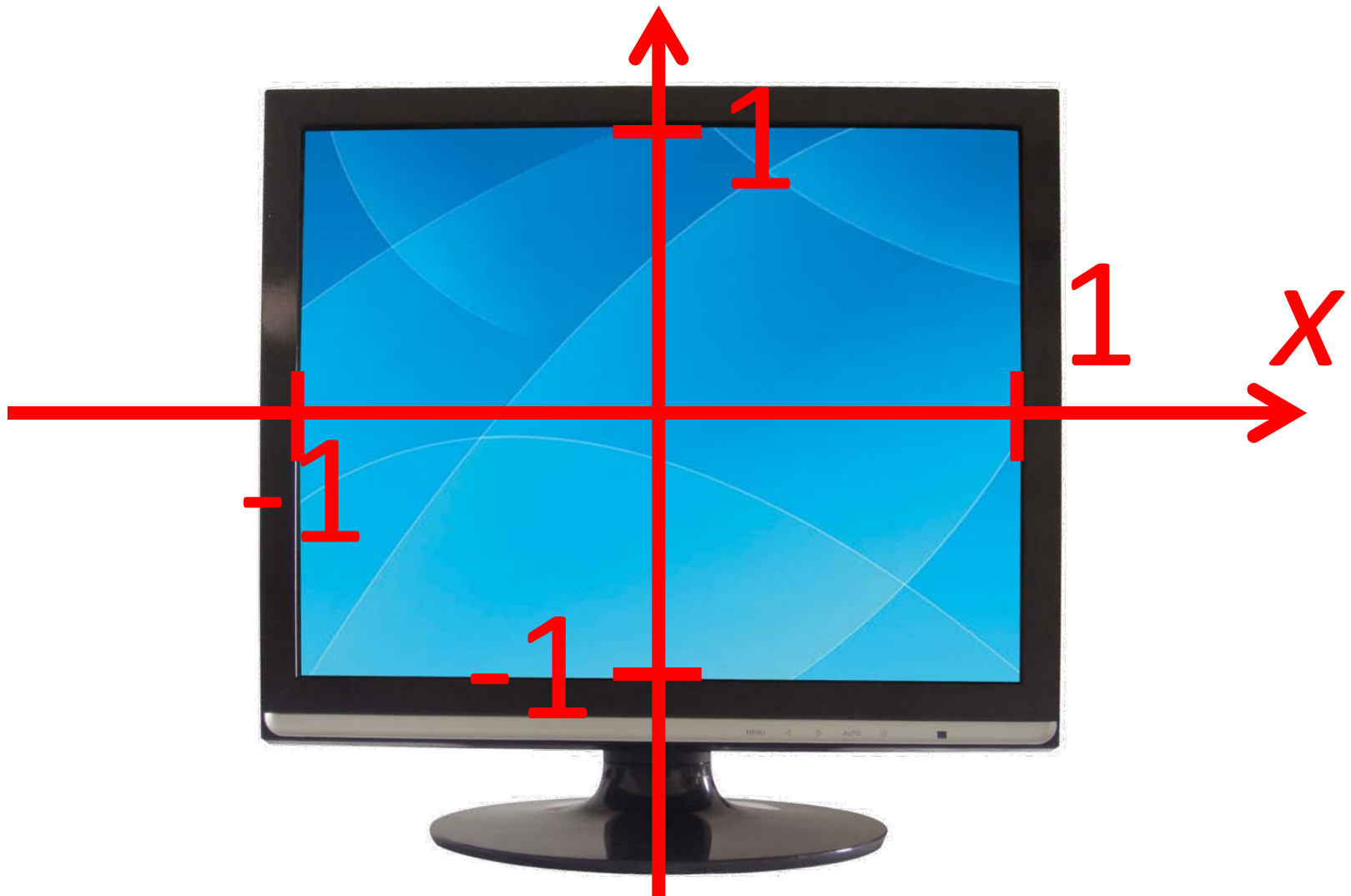


# Koordinátarendszerek: kameratér



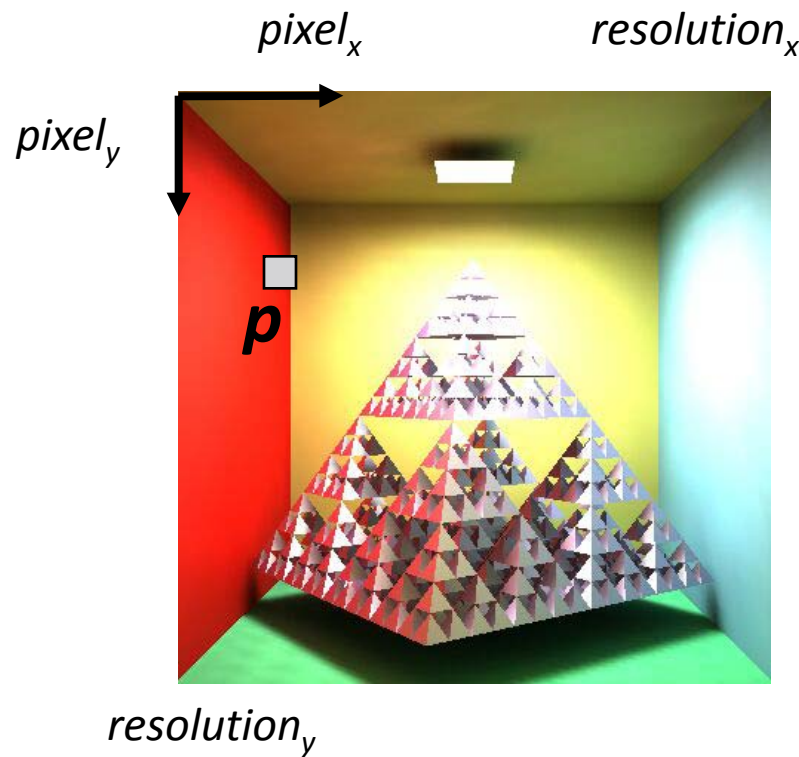


# Koordinátarendszerek: normalizált eszköztér





# Koordinátarendszerek: nézetablak-tér





# Transzformáció – egy művelet, két egyenértékű értelmezés

- Ha adott egy térbeli pont az egyik viszonyítási rendszerben érvényes koordinátaival, mik a koordinátái egy másik viszonyítási rendszerben?
  - statikus interpretáció
- Milyen műveletet (pl. eltolás, elforgatás, skálázás) végezzek a ponton, hogy a másik koordináta-rendszerbeli pontot kapjam?
  - dinamikus interpretáció

# A feladat a pipelineban

- Adott a 3D modell
  - háromszögek csúcspontjai [modellezési koordináták]
- Háromszögkitöltő algoritmus
  - pixeleket színez be [viewport koordináták]
- A feladat:
  - számítsuk ki a csúcspont modellezési koordinátaiból, melyik pixelre kerül



# Mi befolyásolja ezt?

- Hova, hogyan helyezzük el a modellt a virtuális világban
  - modellezési trafó, model, world
- Hol van, merre néz a kamera
  - kamera trafó, view
- Mekkora a látószög (és képméretarány)
  - perspektív projekció
- Hányszor hány pixel az ablak és hol van
  - viewport trafó

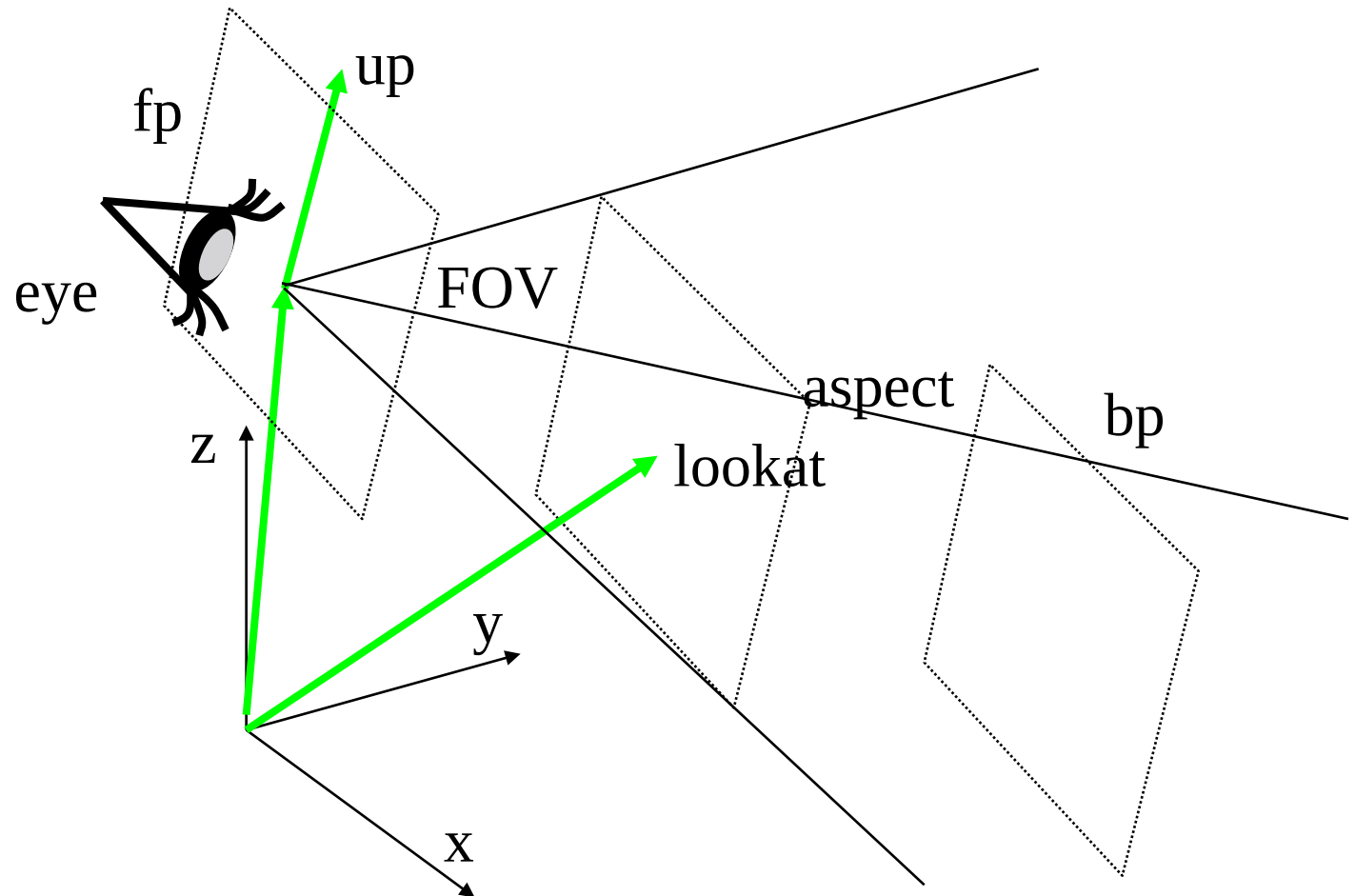
# Bónusz feladat: takarás

- takarási probléma
  - a 2D pixel koordináták mellett kell egy mélységértéket is számolni
- fix pontos z-buffer
  - $[0, 1]$ -beli értékeket tud összehasonlítani
  - a távolság, amihez a 0-t rendeljük: első vágósík
  - amihez az 1-et: hátsó vágósík

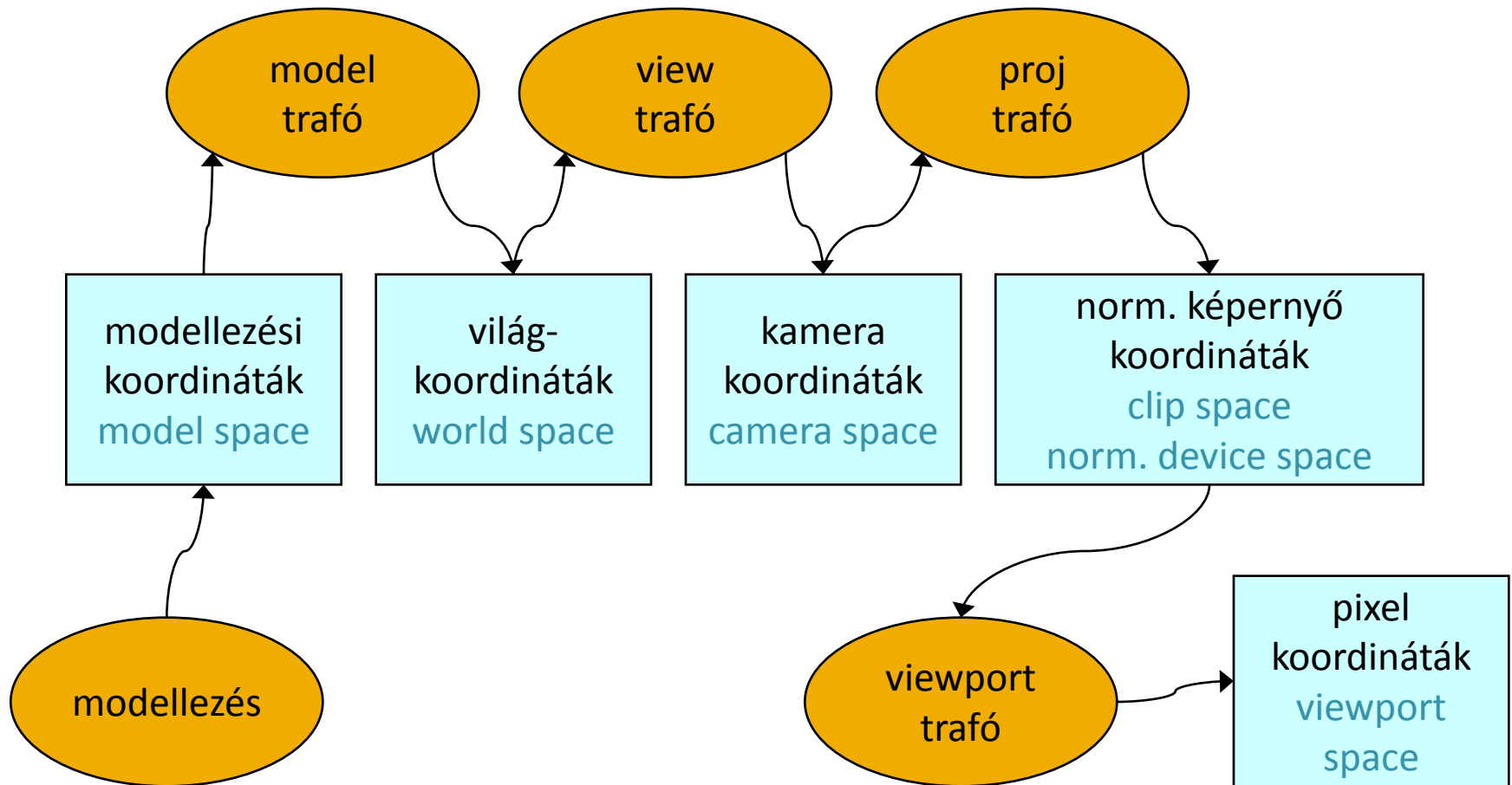
# Bónusz feladat: árnyalás

- Felületi pont, fények koordinátái, szempozíció, felületi normálisok...
  - ugyanabban a 3D koordináta rendszerben legyenek
  - logikusan a modellezési transzformáció után
  - de a kamera trafó szög és távolságtartó

# Kamera modell



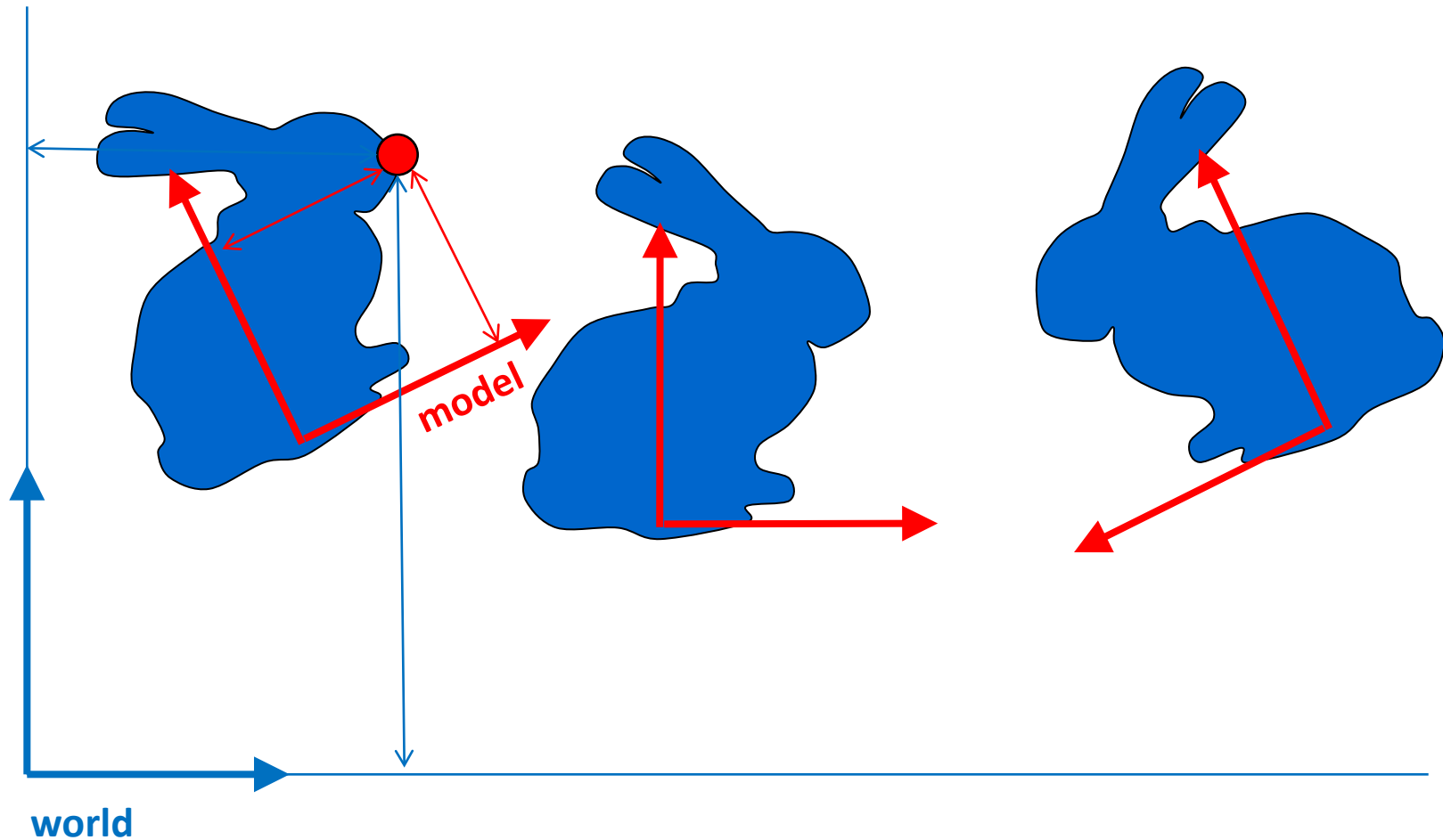
# A transzformációs csővezeték



# Koordináta-rendszerek

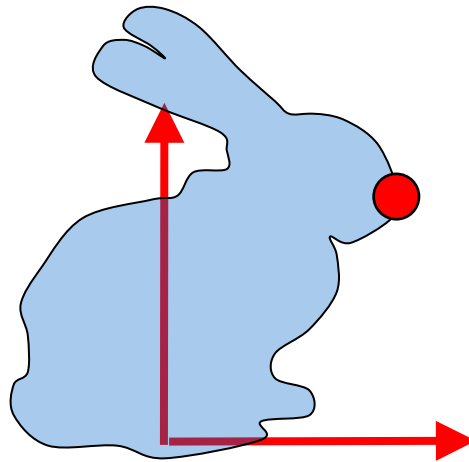
- Egy pont valamilyen viszonyítási ponthoz képest (origó) adható meg kitüntetett vektorok lineáris kombinációjaként (bázisvektorok, koordinátatengely-irányok)
- Más origóval és irányokkal ugyanannak a pontnak mások a koordinátái
- Más számításokhoz más bázisok előnyösek

# Modell- és világkoordináták (statikus interpretáció)



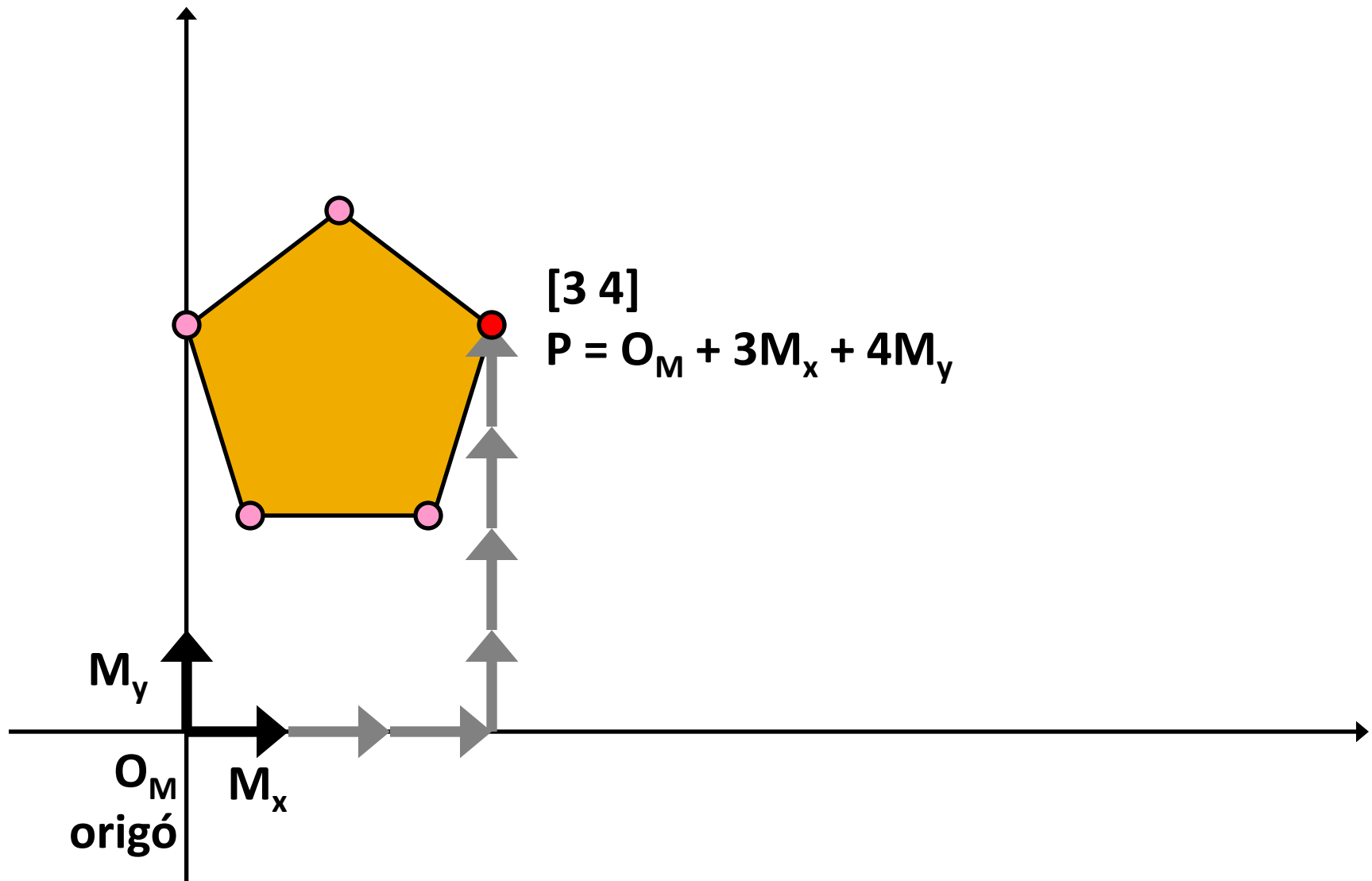


# Modell- és világkoordináták (dinamikus interpretáció)

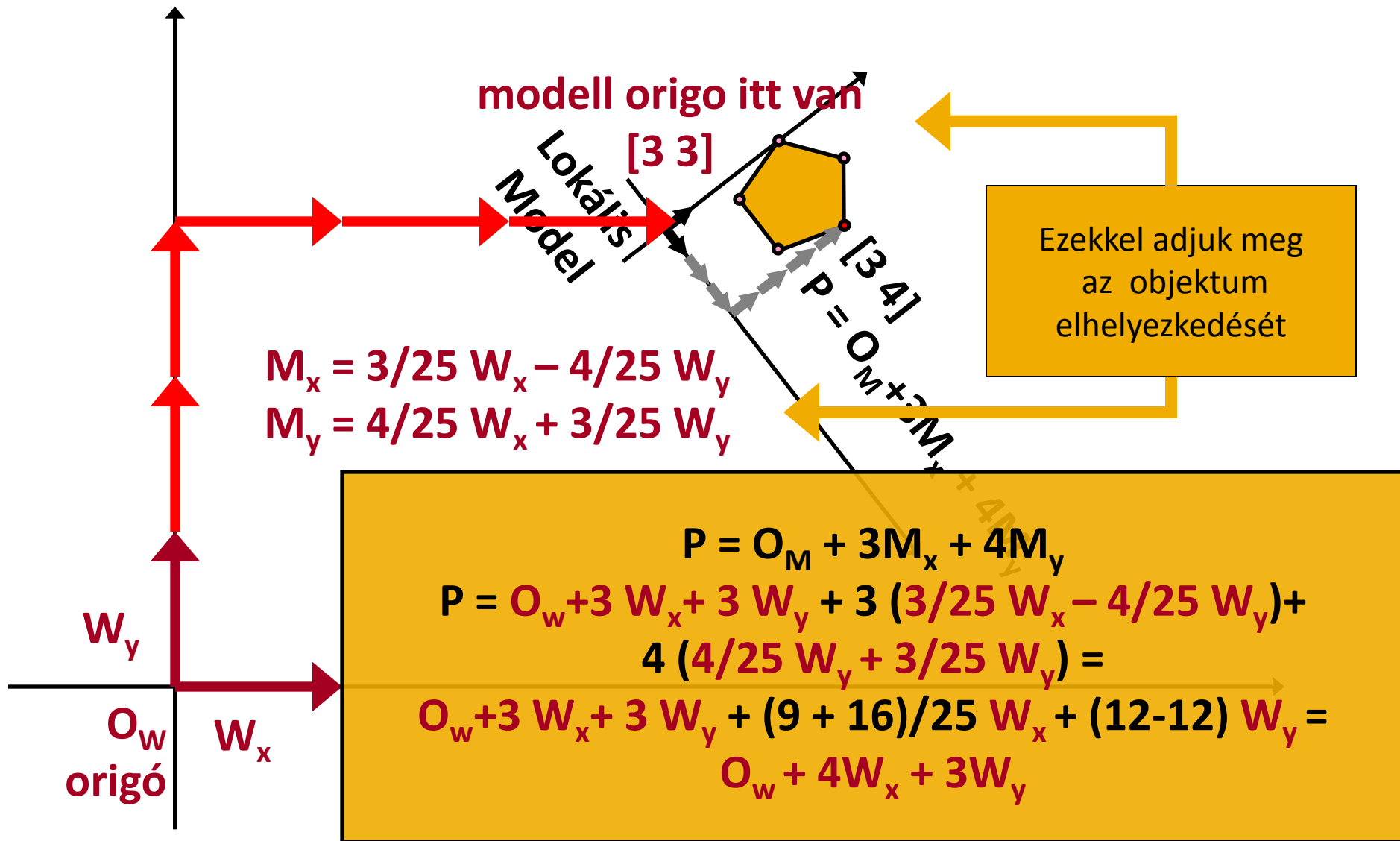




# Modellezési: ebben adottak a koordináták



# Világ: kitüntetett fő-rendszer



# Ez a számítás mátrix formában (modellezési transzformáció)

$$P = 3 W_x + 3 W_y + 3 \left( \frac{3}{25} W_x - \frac{4}{25} W_y \right) + 4 \left( \frac{4}{25} W_y + \frac{3}{25} W_x \right)$$
$$[4 \ 3] = \left[ \underbrace{3 + 3 \cdot \frac{3}{25} + 4 \cdot \frac{4}{25}} \quad \underbrace{3 - 3 \cdot \frac{4}{25} + 4 \cdot \frac{3}{25}} \right]$$

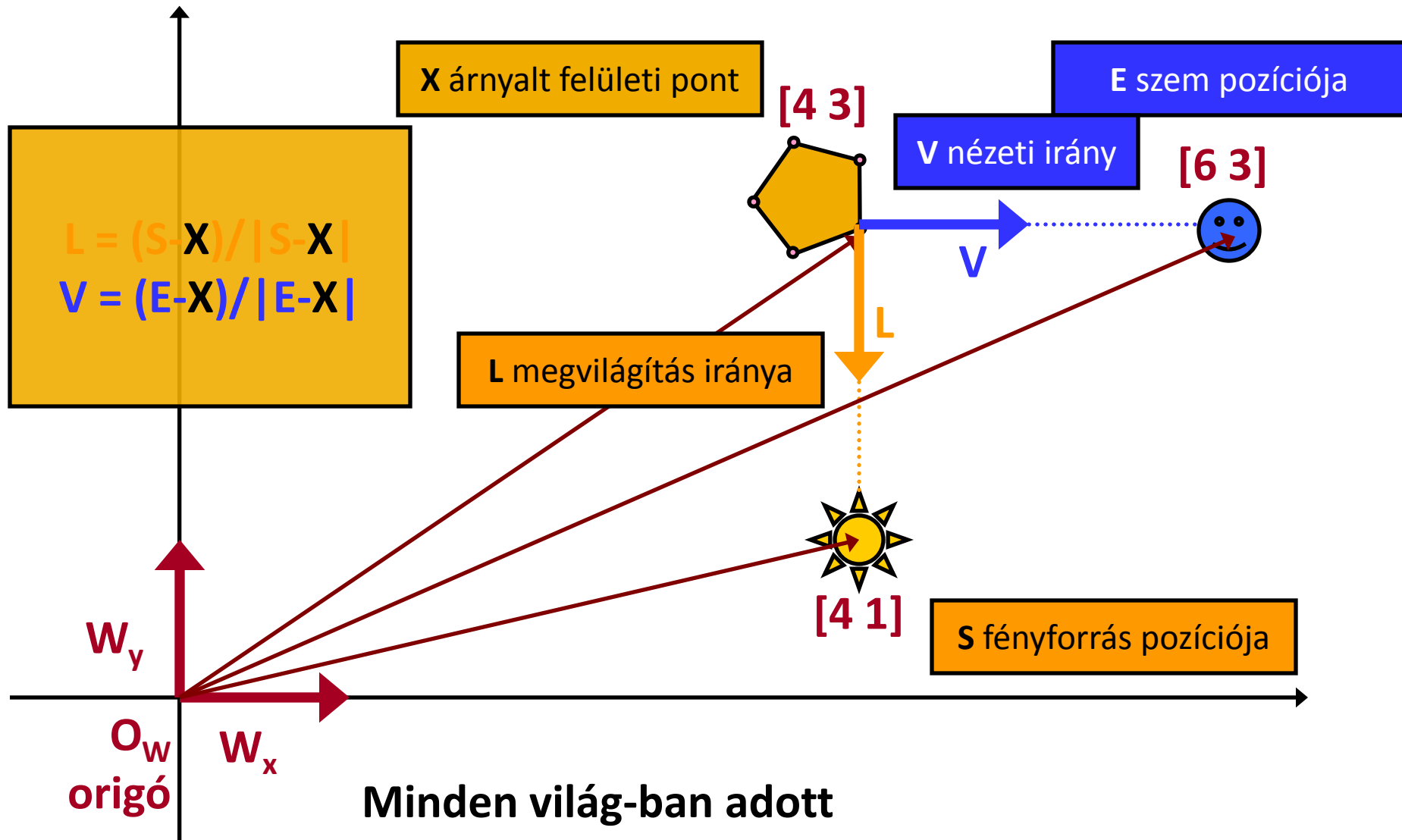
$$[4 \ 3 \ 1] = [3 \ 4 \ 1]$$

mindig fix

mindig fix

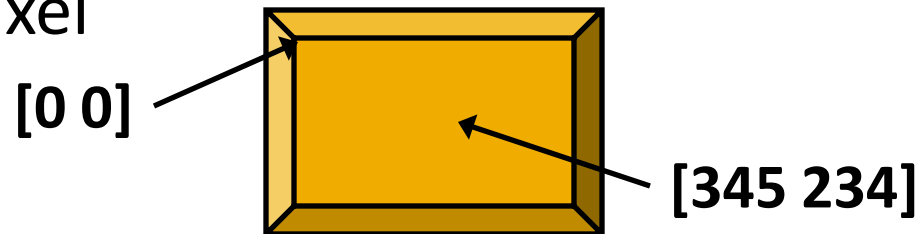
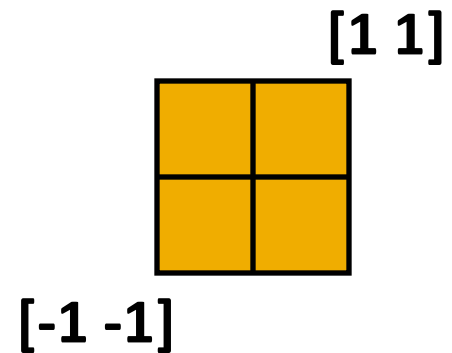
|                |                 |   |       |
|----------------|-----------------|---|-------|
| $\frac{3}{25}$ | $-\frac{4}{25}$ | 0 | $M_x$ |
| $\frac{4}{25}$ | $\frac{3}{25}$  | 0 | $M_y$ |
| 3              | 3               | 1 | $O_M$ |

# Árnyalás világ-koordinátákban

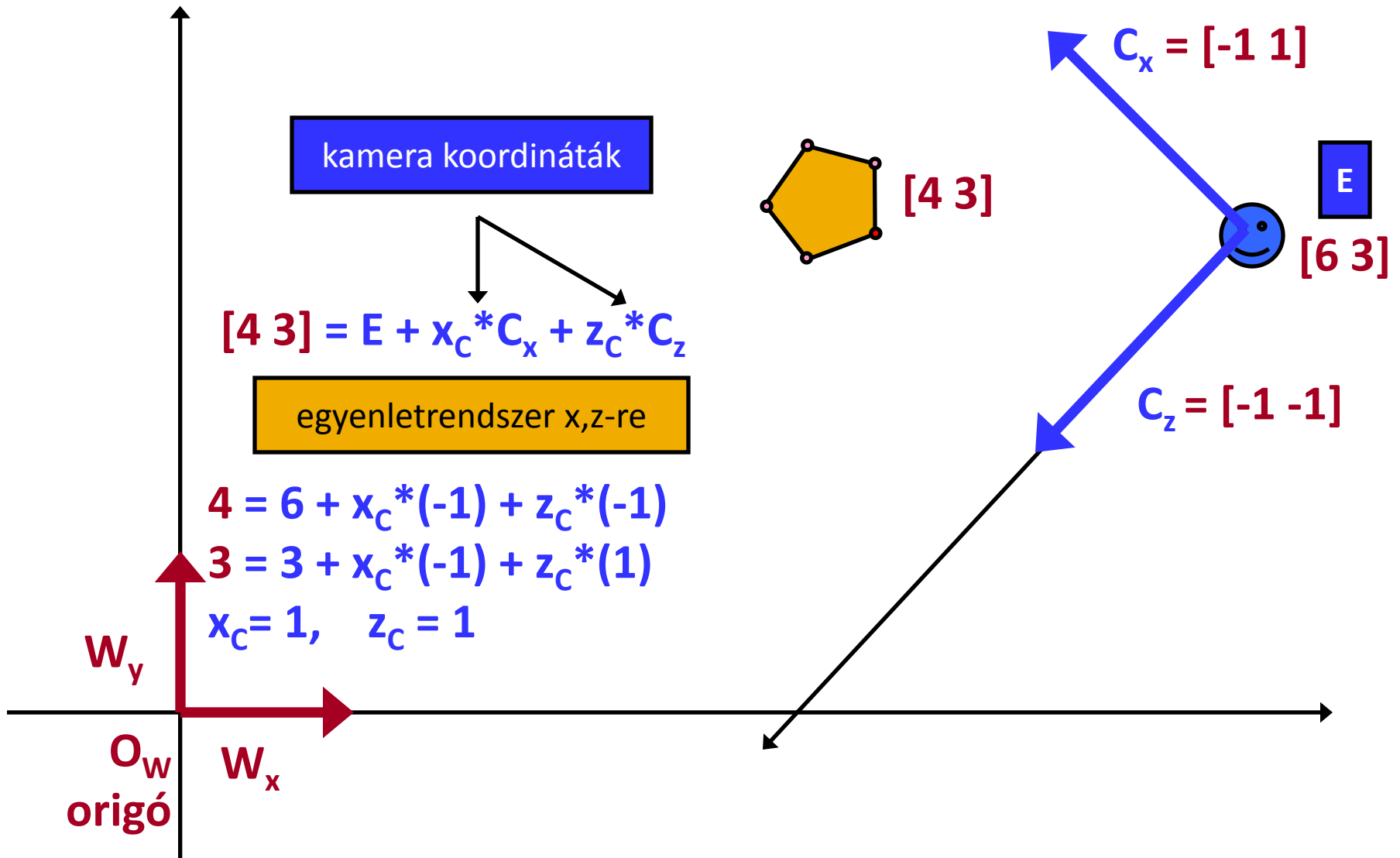


# Hova kell ezt rajzolni a képernyőn?

- Az összes többi transzformáció ennek a kiszámolására megy
  - kamera transzformáció
    - hol van a pont a kamerához képest
  - vetítési transzformáció
    - hova vetül ez az ablak téglalapjára
  - viewport transzformáció
    - melyik pixel

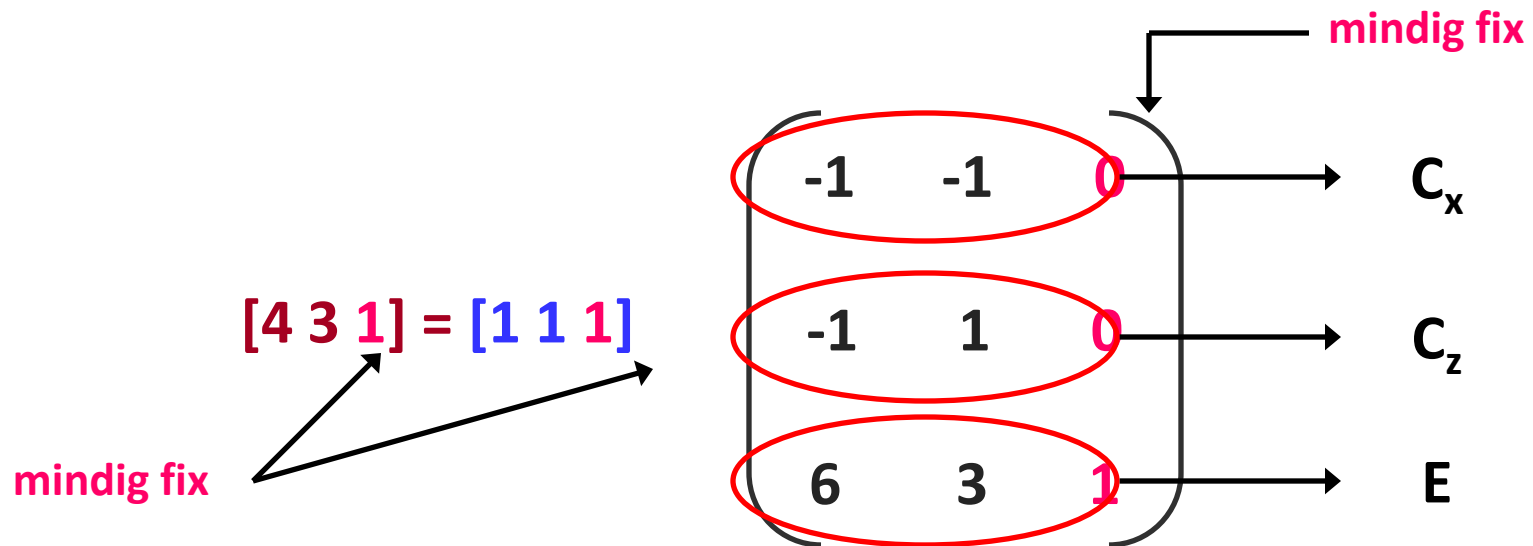


# Kamera-koordinátarendszer



# Kamerakoordináta-egyenlet mátrix formában (NEM a view mátrix!)

$$\begin{aligned} [4 \ 3] &= E + x_c * C_x + z_c * C_z \\ [4 \ 3] &= E + x_c * [-1 \ -1] + z_c * [-1 \ 1] \end{aligned}$$



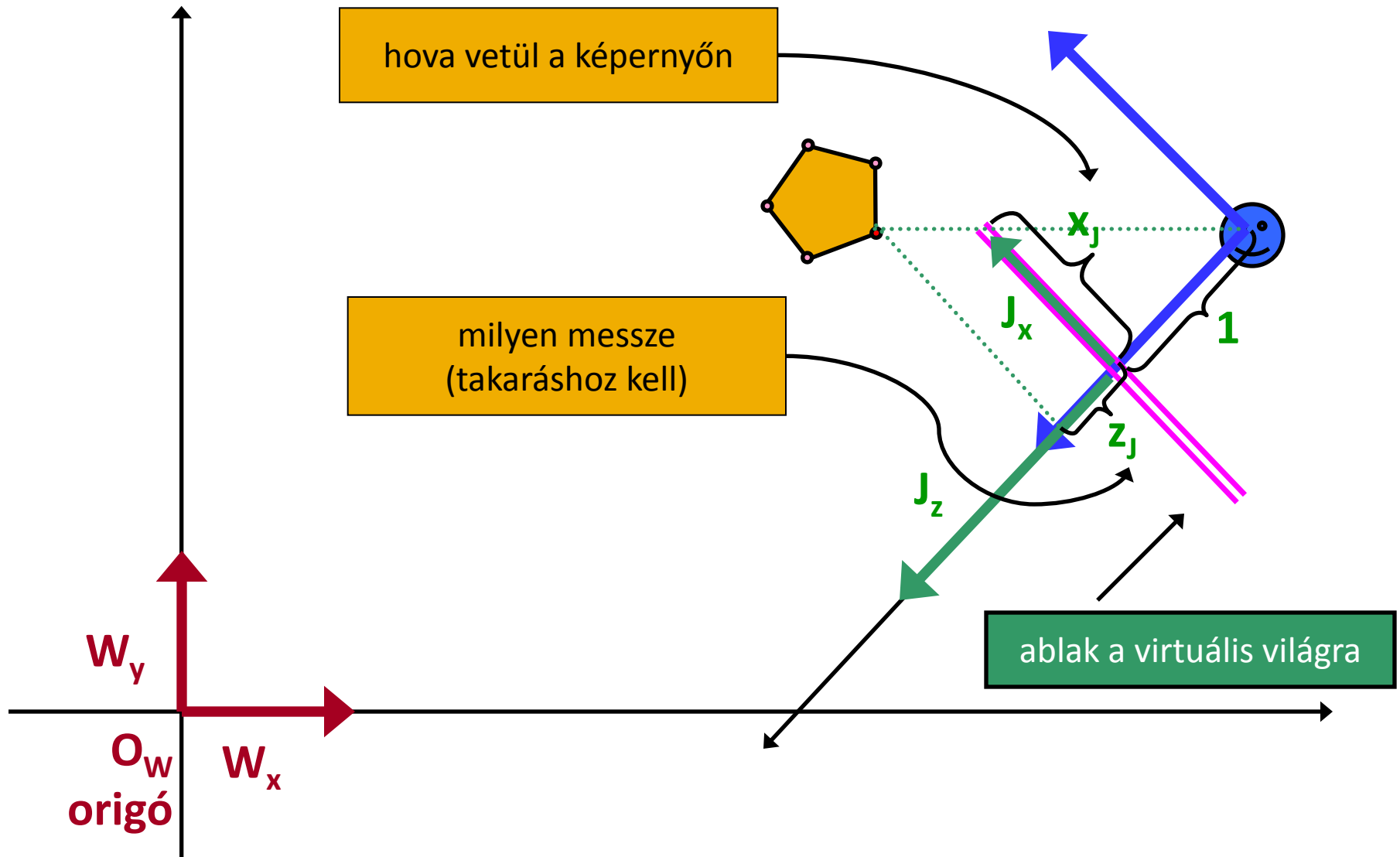
# Kamera trafó mátrix

$$[4 \ 3 \ 1] = [1 \ 1 \ 1] \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[4 \ 3 \ 1] \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = [1 \ 1 \ 1]$$



# Képernyő-koordinátarendszer

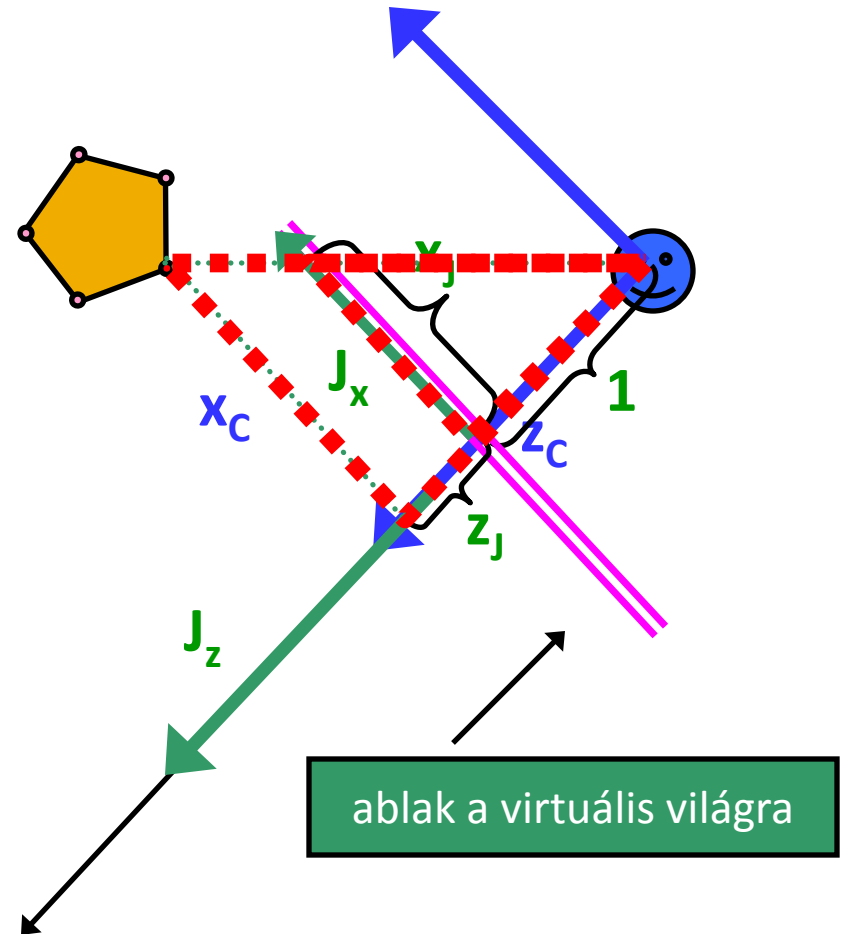


# Képernyőkoordináta számítása

hasonló háromszögek

$$x_c = x_j * z_c$$

$$x_j = x_c / z_c$$



# Ha a látószög nem 90 fok

## hasonló háromszögek

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_j * \mathbf{z}_c$$

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_c / z_c$$

$J_x$  az egység  
Osztni kell az ablakunk fél szélességével

$$\mathbf{x}_j = (\mathbf{x}_c / z_c) / \tan(\text{FOV}/2)$$

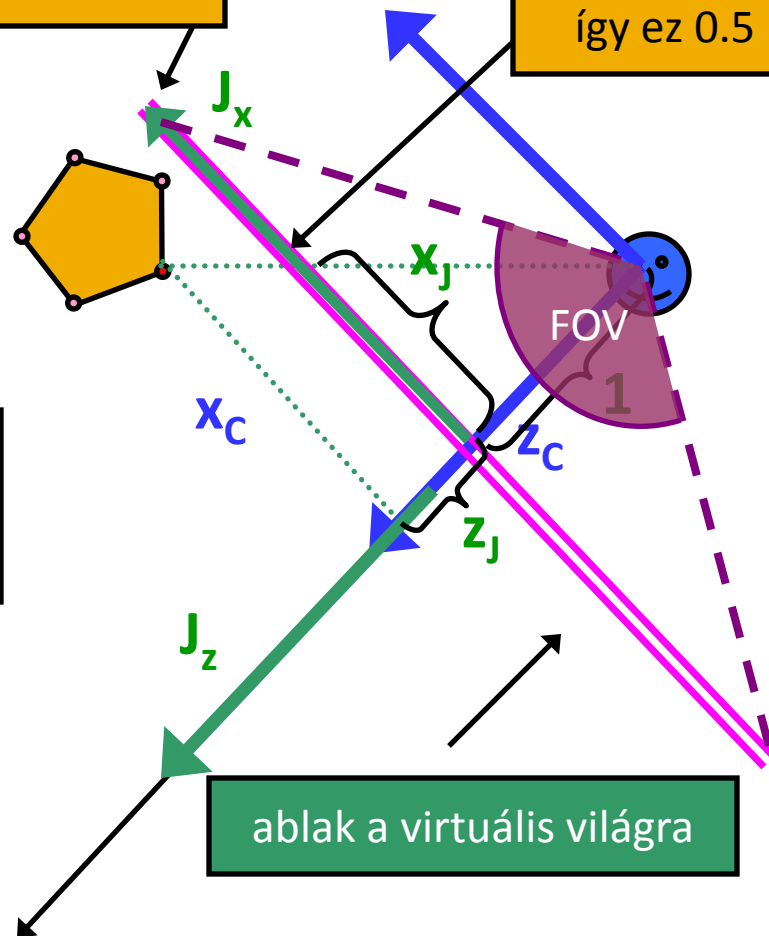
Ha FOV = 90 fok  
akkor ez 1

itt van az 1.0

így ez 0.5

ablak a virtuális világra

FOV  
látószög



# Perspektív transzformáció

- A vetítés is homogén lineáris transzformáció: ezt is lehet mátrixszorzással
- DE nem affin: utolsó oszlop nem  $[0 \ 0 \ 1]$
- homogén koordinátákban kapjuk meg az eredményt, és  $h$  általában nem 1
- utána osztani kell  $h$ -val hogy rendes Descartes koordinátákat kapjunk

$$x_{J_{\text{homo}}} / h_{J_{\text{homo}}} = (x_c / z_c) / \tan(\text{FOV}/2)$$

# Perspektív trafó mátrix

$$x_{\text{Jhomo}} / h_{\text{Jhomo}} = (x_c / z_c) / \tan(\text{FOV}/2)$$

ez a képernyő-pozíció szempontjából nem érdekes

$$[x_{\text{Jhomo}} \ ? \ h_{\text{Jhomo}}] = [x_c \ z_c \ 1]$$

$z_c$

$$x_c / \tan(\text{FOV}/2)$$

$$\begin{pmatrix} 1/\tan(\text{FOV}/2) & ? & 0 \\ 0 & ? & 1 \\ 0 & ? & 0 \end{pmatrix}$$

# Mi legyen a Z?

- A takaráshoz kell
- Tartsa meg a kamerakoordinátarendszer-beli sorrendet (legyen monoton a látható objektumok részén)
- Ha  $[0 \ A \ 0]$  lenne a mátrixban:

$$[x_{J_{\text{homo}}} \ ? \ h_{J_{\text{homo}}}] = [x_c \ z_c \ 1]$$

$$\boxed{A * z_c} \quad \cancel{\boxed{z_c}} = A$$

kell valamit ide is írni

$$\begin{pmatrix} 1/\tan(\text{FOV}/2) & 0 & 0 \\ 0 & A & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

mindig A: elveszne a mélység info

$0 < Z_j < 1$  tartomány legyen  
 $fp < Z_c < bp$

$$\begin{pmatrix} 1/(\text{tg}(\text{fov}/2)) & 0 & 0 \\ 0 & (fp+bp)/(bp-fp) & 1 \\ 0 & -2fp*bp/(bp-fp) & 0 \end{pmatrix}$$

3D ben, asp a képernyő magassága a szélességhez képest  
(a függőleges és vízszintes FOV nem ugyanakkora )

$$\begin{pmatrix} 1/(\text{tg}(\text{fov}/2)*\text{asp}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/(\text{tg}(\text{fov}/2)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (fp+bp)/(bp-fp) & 1 \\ 0 & 0 & -2fp*bp/(bp-fp) & 0 \end{pmatrix}$$

# Miért jó, hogy minden számítás mátrix-szorzás?

$$((r \ M_1) \ M_2) \ M_3 = r \ (M_1 \ M_2 \ M_3)$$

több lépést is lehet egyetlen mátrixszorzással,  
ha a szorzatmátrixot használjuk

## LINEÁRIS:

háromszögből háromszög lesz  
3Dben érintkező háromszögekből 2Dben illeszkedő hszek

nemlineárisnál a hszből valami más lesz, mi meg csak hszet tudunk hatékonyan rajzolni pixelekből