

## **3D geometriai modellezés és alakzatrekonstrukció 2023. őszi félév, vizsga**

**Vizsgaidőpontok: január 11 / 18 / 25, 10:00-**

**Helyszín: IB410**

### **A vizsga rendje:**

Egy alkalommal (lehetőség szerint) max 10 hallgató vizsgázik, először írásban.

1. Hét tématerületről jönnek majd kérdések:

1. Differenciálgeometriai alapok, görbék és felületek
2. Háromszöghálók
3. Bézier vagy B-spline görbék és felületek
4. Interpoláló felületek vagy rekurzív felosztásos felületek
5. Tömör testek
6. Interpoláció vagy approximáció B-spline-okkal
7. A digitális alakzatrekonstrukció folyamata vagy Méréstechnika vagy 3D printing

Kérem a feladatok megoldáshoz ne használjanak segédanyagokat.

2. 75 perc lesz a kidolgozásra, ha valamelyik feladat nem világos, jelezzék.

3. A feladatlapok kijavítása után mindenki kap egy megajánlott jegyet, illetve a kétes esetekben felajánlom a szóbeli javítás lehetőségét. Az eredményeket az IB410 előtt fogom kifüggeszteni, illetve Teams-en közölni kb. 1 órákor. Ezután lehetőség van a javított feladatlap megtekintésére és a szóbeli javításokra.

4. Végül felviszem a jegyeket a Neptun-ba.

Az alábbiakban az elvárt válasz jellegét a következő betűkkel jelöltem: S – szöveg, R – rajz, K – képlet, U – ujjgyakorlat. A kérdésekre adandó válasz mindig megtalálható a vonatkozó előadási slide-okon, melyek számozása a honlapon levő számokat követi.<sup>1</sup> Fontos, hogy az ujjgyakorlatokat, illetve azok variánsait meg tudják oldani. A honlap legalján található egy új file, amely a lehetséges ujjgyakorlat feladatokat tartalmazza.

---

<sup>1</sup> Ez nem mindig egyezik meg a fájlnevében levő, ill. a kezdő slide-on látható sorszámmal, történeti okok miatt.

## Feladatok – az előadási slide-ok sorszámai alapján

### 1. Görbék és felületek (1b)

- Hogyan lehet pontokat kombinálni, mit jelent az affin invariancia, miért fontos ez (1b:3-7, 27,28) S+K
- U: Hogyan lehet ponthalmazokat kombinálni (súlyozni); lásd U(pontok kombinálása)
- U: Szemléltesse az affin invarianciát egy egyszerű Bézier görbe esetén; lásd U (affin invariancia)
- Hasonlítsa össze az implicit és parametrikus felületreprezentációkat, előnyök-hátrányok (1b:10) S+K
- Implicit görbék egyenlete és értelmezése (1b:13,14) S+K
- U: értékeljen ki egy implicit görbét; milyen feltételekbe esnek az adott pontok; határozza meg a gradienst és az érintő egyenest egy kiválasztott pontban; lásd U(Implicit görbék) vagy (1b:15,16)
- U: határozza meg az adott felület gradienst és értékelje ki egy adott pontban, majd ez alapján írja fel az érintősík egyenletét; lásd U(Implicit felületek)
- Parametrikus görbék egyenlete; deriváltak, tangens, simuló sík és simuló kör származtatása; a görbület bevezetésének szükségessége; a torzió és a kíséző triéder definíciója 3D-s görbékénél (1b:17,20,25,26) S+R+K
- U: határozza meg egy parametrikus görbe érintő egyenesének egyenletét; lásd U(érintő egyenes) vagy (1b:21,22)
- Mit jelent az átparaméterezés, mi az ívhossz szerinti paraméterezés (1b:18,20), ismertesse milyen határérték alapján határozzuk meg egy parametrikus görbe ívhosszát; hogyan adódik az integrálformula (1b:19) S+K
- U: paraméterezze át az adott parametrikus görbét; U(átparaméterezés)
- Implicit felületek egyenlete és értelmezése (1b:30) S+K
- Parametrikus felületek egyenlete; deriváltak, normálvektor, konstans paraméter vonalak (1b:31), ismertesse milyen határérték alapján határozzuk meg egy parametrikus felület területét; hogyan adódik az integrálformula (1b:34) S+K
- U: írja fel az adott konstans paramétervonal egyenletét, határozzon meg deriváltakat és felületi pontokat; U(parametrikus felületek) vagy (1b:32,33)
- Parametrikus felületek görbülete, főgörbületek, az Euler egyenlet jelentése, Gauss és átlag görbület definíciója, pontok jellemzése, umbilikus pontok (1b:31,35,37,40), S+R+K
- Weingarten-leképezés és a mátrixának tulajdonságai, felírása különböző bázisokban (1b:41,42), implicit felületek Weingarten-mátrixa (1b:44) [beagyazott nem kell], S+K

### 2. Háromszöghálók (2a-b, 3b-c)

- Mi a tesszelláció, mire jó, milyen elvárásaink lehetnek (2a:3-5); ismertesse milyen mérőszámokkal lehet háromszöghálókat jellemezni (2a:7); adja meg a Delaunay kritériumot és a háromszögelés kedvező jellemzőit; ismertesse a Voronoi tesszelláció tulajdonságait; magyarázza el a duális struktúrát (2a:8-9); milyen kritérium alapján működik az élcsere algoritmus (2a:10) S+K+R
- U: rajzolja meg az adott ponthalmazhoz tartozó Voronoi diagrammot és Delaunay-triangulációt; lásd U(Delaunay...) vagy (2a:11,12)
- Magyarázza el a sópróvonal algoritmus (Fortune) lényegét; mutassa be a csúcs-eseményt (új D-csúcs) és a kör-eseményt (új V-csúcs) (2a:14,15) S+R
- Miért nehéz implicit felületeket háromszögelni; ismertesse a sétáló négyzet/kocka algoritmus lényegét (2a:23,26); írja le miért könnyű vágott (trimmelt) parametrikus felületeket háromszögelni (2a:22) S+R
- U: értékeljen ki egy implicit görbét a sétáló négyzet módszer segítségével; lásd U(sétáló négyzet) vagy (2a:24,25)

- Mi a decimálás, hogyan működik a négyzetes hiba alapú klaszterező eljárás? (2b:3-8) S+K
- Milyen módszereket ismer normálvektor becslésére? (2b:20, 3c:5-6) S+R+K
- Hogyan lehet végtelenül kis sugarú hengerek és gömbök bevezetésével háromszöghálón átlag- és Gauss-görbületet definiálni? (2b:21) S+R+K
- Milyen módszereket ismer poligonhálók tárolására, és mi ezeknek az előnye ill. hátránya? (3b:5-8) S+R

### 3. Görbék és felületek (5, 6)

- Mi a Lagrange interpoláció lényege, milyen tulajdonságokkal rendelkeznek a súlyfüggvények; mi a Hermite interpoláció lényege, milyen tulajdonságokkal rendelkeznek a súlyfüggvények (5:3,4) S+K
- U: bizonyítsa be, hogy az adott súlyfüggvények megvalósítják a Hermite interpolációt; **U(Hermite...)** vagy (5:5,6)
- Hogyan definiáljuk a Bernstein polinomokat, írja fel pl. a  $B^5_2(t)$  súlyfüggvényt és segítségével ismertesse a Bernstein polinomok legfontosabb tulajdonságait (5:7-8) S+K
- Írja fel a Bézier görbe egyenletét és ismertesse a legfontosabb tulajdonságait (5:9,10) S+K
- U: hajtsa végre a de Casteljau algoritmust az adott kontrollpoligon alapján; **U(de Casteljau)** vagy (5:12,13)
- U: hajtsa végre egy fokszámemelést az adott kontrollpoligon alapján; **U(fokszámemelés)** vagy (5:12,13)
- Hogyan lehet meghatározni a Bézier görbék deriváltjait (5:15); két szegmens összeillesztésénél mit jelent a parametrikus illetve a geometriai folytonosság (görbületképlet nem kell) (5:15-16) S+K+R
- Írja fel a Bézier felületek egyenletét (5:17), hogyan lehet kiszámolni a deriváltakat a határok mentén (5:18); mi a bilineáris interpoláció, szemléltesse a de Casteljau algoritmust felületekre (5:19) S+K+R
- Hasonlítsa össze a Bézier és B-spline reprezentációkat; mi indokolta a B-spline-ok bevezetését (6:3,17) S+K+R
- Írja fel a B-spline görbe egyenletét, és ismertesse a legfontosabb tulajdonságait (6:3,7) S+K+R
- Foglalja össze a harmadfokú B-spline bázisfüggvények tulajdonságait; milyen folytonosság teljesül a B-spline szegmensei között; mit jelent a végponti interpoláció; hogyan keletkeznek zárt B-spline-ok (6:3-7) (a rekurzív formula nem kell) S+K+R
- Mire szolgál a poláris forma, ismertesse a négy alaptulajdonságot (6:8) S+K+R
- U: határozza meg egy adott B-spline görbe poláris koordinátáit (címkeit) és a szegmens végpontjait; lásd **U(poláris koordináták)** vagy (6:9,10)
- U: szúrjon be egy új csomót az adott csomóvektorba és határozza meg az új kontrollpont poláris koordinátáit; lásd **U(csomó beszúrás)** vagy (6:12,13)
- U: B-spline görbe kiértékelése többszörös csomóbeszúrással; a de Boor algoritmus szemléltetése, lásd **U(de Boor)** vagy (6:14)
- U: Bézier szegmensek előállítás B-spline-ból polár koordináták segítségével; lásd **U(Bézier szegmensek)** vagy (6:15)
- Írja fel a B-spline felület egyenletét, és ismertesse a legfontosabb tulajdonságait (6:18) S+K

### 4. Interpoláló és rekurzív felosztásos felületek (10, 11)

(A felosztásos felületek súlyozási képleteire nincs szükség, de a szabályokat érteni kell.)

- Ismertesse az elvi különbséget a kontrollpont alapú tenzorszorzat felületek és az interpoláló felületek között (10:3-5); mi a lineáris Coons felület inputja; milyen komponensekből tevődik

- össze a Boolean sum egyenlet (10:6, képlet kell); mi a különbség a lineáris és a G1 Coons felületek között (10:8, képlet nem kell); S+R+K
- Irja fel a ribbon alapú,  $n$ -oldalú felületek egyenletét; magyarázza el mi a ribbon, mi a domén, milyen célt szolgálnak a súlyfüggvények és mi az  $(u,v) \rightarrow (s_i, h_i)$  leképezés lényege (10:13-17); S+R+K
  - U: határozzon meg egy  $n$ -oldalú poligonális domént az adott határgörbék alapján **U(domén)** vagy (10:15)
  - Magyarázza el, milyen feltételeket kell kielégítenie a ribbon alapú interpoláló felületek súlyfüggvényeinek (10:17) S+R+K
  - U: hozza létre az adott  $n$ -patch  $i$ -edik súlyfüggvényét és mutassa meg, hogy az elvárt tulajdonságok teljesülnek; lásd **U(súlyfüggvény)** vagy (10:18,19)
  - Ismertesse a rekurzív poliéder felosztáson alapuló felületdefiníciós módszer lényegét (11:4); milyen elvárásaink vannak a kontrollpoliéderrel és a határfelülettel kapcsolatban (11:9,10)
  - U: mutassa be a három ismert görbe felosztási algoritmust az adott poligonok alapján (saroklevágás (11:4), húrfelezés (11:7), interpoláló felosztás (11:8)); lásd **U(rekurzív poligonosztás)**.
  - U: mutassa be az  $X$  általános poliédert rekurzívan felosztó algoritmust;  $X = \text{Doo-Sabin}$  (11:11),  $\text{Catmull-Clark}$  (11:16), középosztás (11:17); lásd **U(rekurzív felosztás<sub>1</sub>)** vagy (11:5,6)
  - U: határozza meg a Doo-Sabin súlyokat egy  $n$ -oldalú lapra az adott képlet alapján; lásd **U(Doo-Sabin)** vagy (11:14,15)
  - U: mutassa be az  $X$  háromszögalapú poliédert rekurzívan felosztó algoritmust;  $X = \text{Loop}$  (11:18), gyök3 (11:19); lásd **U(rekurzív felosztás<sub>2</sub>)**

## 5. Tömör testek modellezése (12)

- A tömör testmodellezés lényege (12:3-6) S
- A konstruktív testmodellezés; előnyök és hátrányok (12:7-8) S+R;
- U: adott 2D-s primitívek alapján építsen fel CSG fákat; lásd **U(CSG)**.
- A határolóelem reprezentáció; előnyök és hátrányok (12:9-11) S+R
- Lokális operációk a tömör testmodellezésben, előnyök és hátrányok, példák (12:13-14). S+R
- Az általános Euler-Poincare egyenlet – képlet is kell (12:15) S+K
- U: mutassa meg, hogy az egyenlet teljesül; lásd **U (E-P egyenlet)** vagy (12:17,18)
- Az Euler operációk definíciója, néhány példa – a „make” és „kill” operációk (12:19) S+R+K
- U: generáljon egy operáció sorozatot (MEV, MEF, KEML), amely az A állapotból B-be visz; lásd **U(Euler operációk)** vagy (12:20,21)

## 6. Interpoláció és approximáció B-spline görbékkel ill. felületekkel (9, 16)

- Magyarázza el, hogy miért preferáljuk a B-spline alapú görbeinterpolációt a szakaszonkénti interpolációval szemben; mi az input és milyen mennyiségeket kell meghatároznunk; milyen egyenleteknek kell teljesülnie a belső adatpontokban (képlet kell); a szélső kontrollpontok hogyan vannak meghatározva (9:3,5-7)
- Mit jelent az, hogy a B-spline interpolációs feladat alulhatározott, milyen lehetőségek vannak a végpontok megkötésére (9:8)
- U: határozza meg az induló tangens nagyságát a parabolikus módszer segítségével (9:8); **U(tangens becslés)** vagy (9:9,10)
- U: Határozza meg az adatpontokhoz tartozó paraméterértékeket (9:11); **U(parametrizáció)**
- Ismertesse, hogy rögzített kontrollpont szám és paraméterezés esetén, hogyan kell egy B-spline görbét illeszteni egy adott ponthalmazra; mi az input és az output; hogyan számoljuk a távolságokat; mi a minimalizálandó mennyiség, amelyből kijönnek az egyenletek (16:5) (maga a mátrixegyenlet felírása és az egyenletrendszer képlete nem kell) S+K

- Ismertesse a görbe approximációs feladat megoldásának iteratív lépéseit, mikor és hogyan bővítjük a kontrollpontok számát, hogyan értékeljük ki az illesztést és hogyan javítjuk a paraméterezést (16:4,6) S+K+R
- U: hajtson végre egy paraméterkorrekciós lépést az adott parametrikus görbénél; lásd U(paraméterkorrekció) vagy (16:7,8)
- Ismertesse, hogy rögzített kontrollpont szám és paraméterezés esetén, hogyan kell egy B-spline felületet illeszteni egy adott ponthalmazra; mi az input és mi az output; hogyan számoljuk a távolságokat, mi a minimalizálandó mennyiség, amelyből kijönnek az egyenletek (16:9) (maga a mátrixegyenlet felírása és az egyenletrendszer képlete nem kell) S+K
- Hogyan kell paraméterkorrekciót végrehajtani B-spline felületek esetén (16:10); soroljon fel néhány lehetőséget a kezdeti paraméterezés meghatározására (16:11,12) S+K+R

## 7. Digitális alakzatrekonstrukció és 3D nyomtatás (13, 14, 21)

- A digitális alakzatrekonstrukció célja, folyamata, és négy legfontosabb alkalmazási területe (13:2, 4-8) S
- Digitális alakzatrekonstrukció - objektumok osztályozása (13:10-11) S
- Digitális alakzatrekonstrukció - sorolja fel a folyamat 10 fázisát, néhány mondatban ismertesse mi történik az X-edik fázisban (13:13-27) S
- Ismertesse milyen általános szempontok szerint hasonlítjuk össze a 3D-s szkennereket (14:2,3); hasonlítsa össze ezen szempontok alapján az X1 technikát az X2 technikával (14:4-8); (X1,X2= hagyományos koordinátamérőgép (CMM), Lidar, lézer trianguláció, struktúrált fény, photogrammetria, volumetrikus szkennelés) S+R
- Ismertesse az additív megmunkálás lényegét. Milyen alkalmazási területeket ismer? (21:3-6) S
- Milyen előnyöket biztosít a 3D nyomtatás a hagyományos eljárásokkal szemben? (21:6-13) S
- Az additív megmunkálás algoritmikus lépései. (21:14-15) S
- Milyen problémákat kell kezelni az additív megmunkálás során? (21:6,14,16-21) S+R
- Ismertesse a 3D nyomtatás három alaptermékét; egy sematikus ábra segítségével magyarázza el az X eljárás lényegét (X= huzalolvasztás vagy sztereolitográfia vagy összesítés (sintering)) (21:22-25) S+R