

3D számítógépes geometria és alakzatrekonstrukció

12. Tömör testek modellezése

<http://cg.iit.bme.hu/portal/node/312>

<https://www.vik.bme.hu/kepzes/targyak/VIIIMA01>

Dr. Várady Tamás, Dr. Salvi Péter
BME, Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Irányítástechnika és Informatika Tanszék



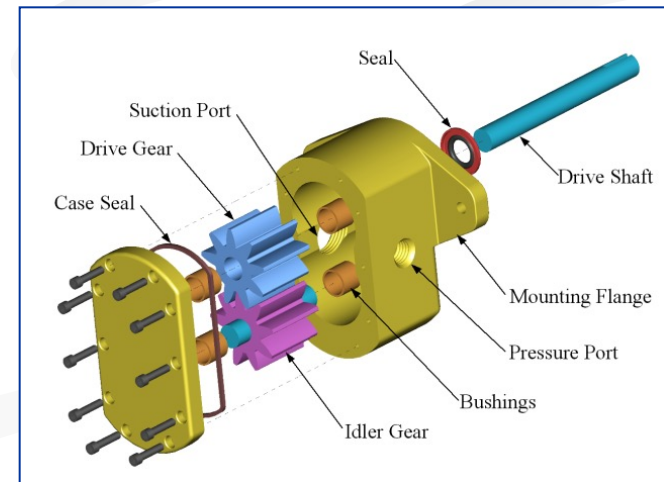
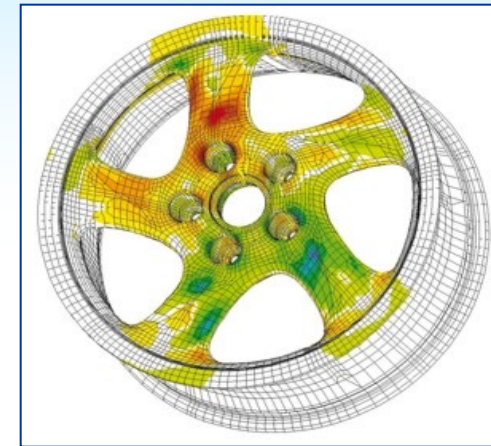
Tartalom

- célkitűzés, alkalmazások
- konstruktív modellezés (CSG)
- gyakori görbe- és felületkonstrukciók
- határolóelem reprezentáció (B-rep)
- regularizált halmazműveletek
- lokális operációk
- Euler szabály, Euler operációk
- parametrikus modellezés, kényszerek

Tömör testek₁

- Tömör test: a 3D-s tér egy jól meghatározott tartománya
- Pontok osztályozása: belső – külső – határpont
- Primitív testek
 - téglatest, henger, kúp, gömb, stb.
- Procedurális építő elemek
 - profilgörbék, vagy összetett kontúrok alapján
- Alaksajátosságok
 - geometriai elemek egy funkcionális egysége
- Műveletek
 - halmazműveletek
 - lokális operációk
- CAD alkalmazások
 - tervezés, mérnöki számítások
 - grafikus megjelenítés
 - komplex szerelvények
 - véges-elemes analízis, NC megmunkálás

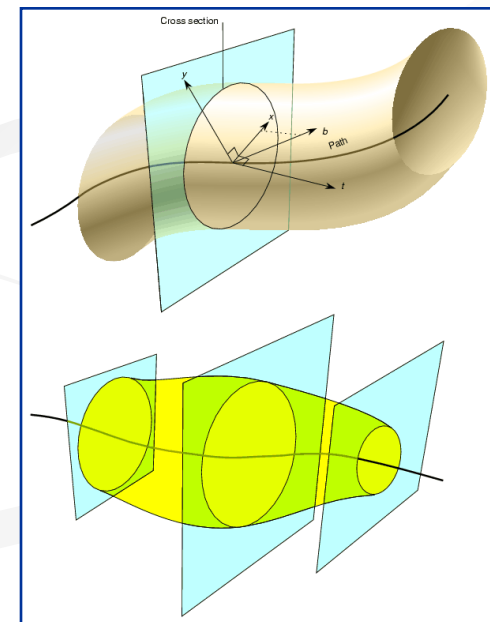
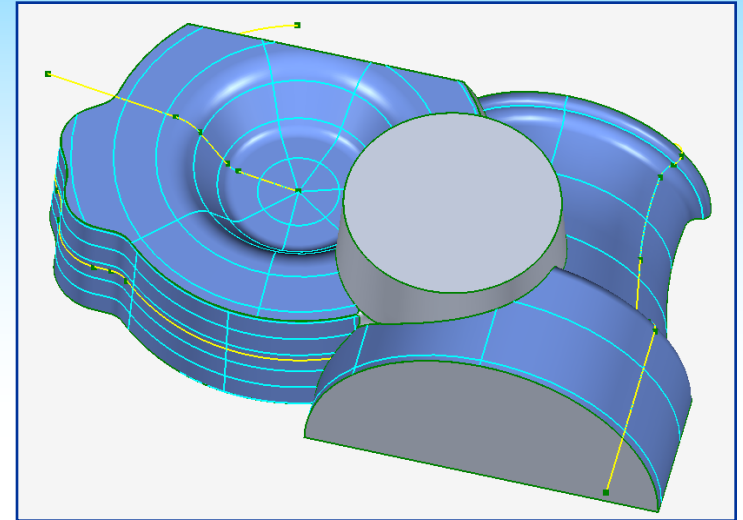
Tömör testek₂



Tömör testek₃

Procedurális építő elemek

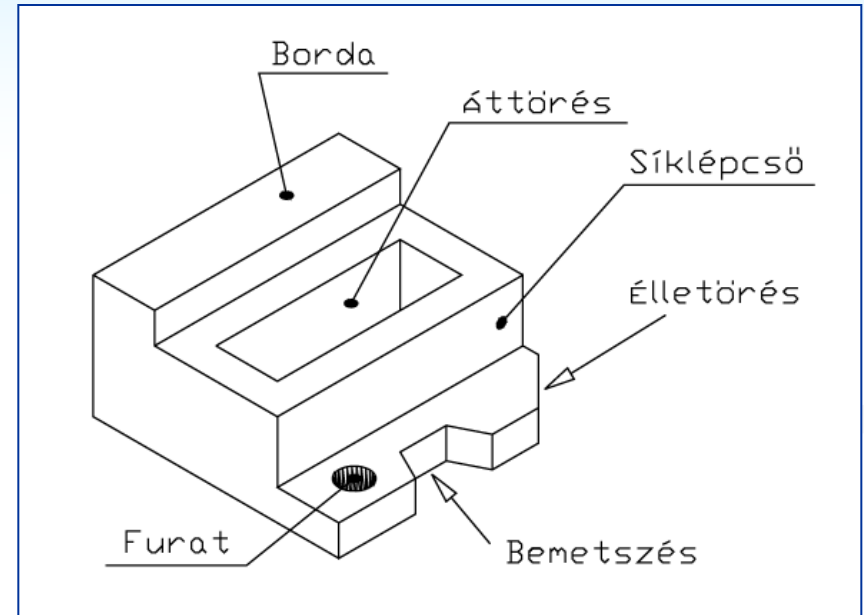
- felhasználó definiálja
- 2D profilgörbék, vagy összetett kontúrok használata
- kihúzás (extrusions)
- forgatás (surfaces of revolution)
- általános "söpört" felületek (general sweeps)
- különböző keresztmetszetek interpolálása (lofted surfaces)



Tömör testek₄

Alaksajátosságok

- geometriai elemek egy összerendelt csoportja
- funkcionális egység
- felhasználó, illetve alkalmazás függő
- paraméterek definiálják
- alaksajátosság könyvtárak

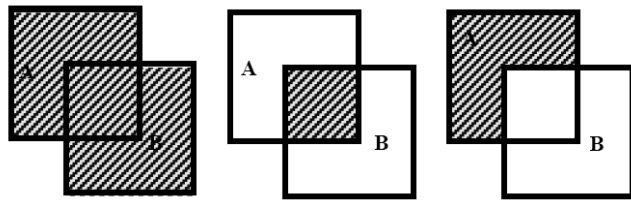


(Molnár László, BME EIK)

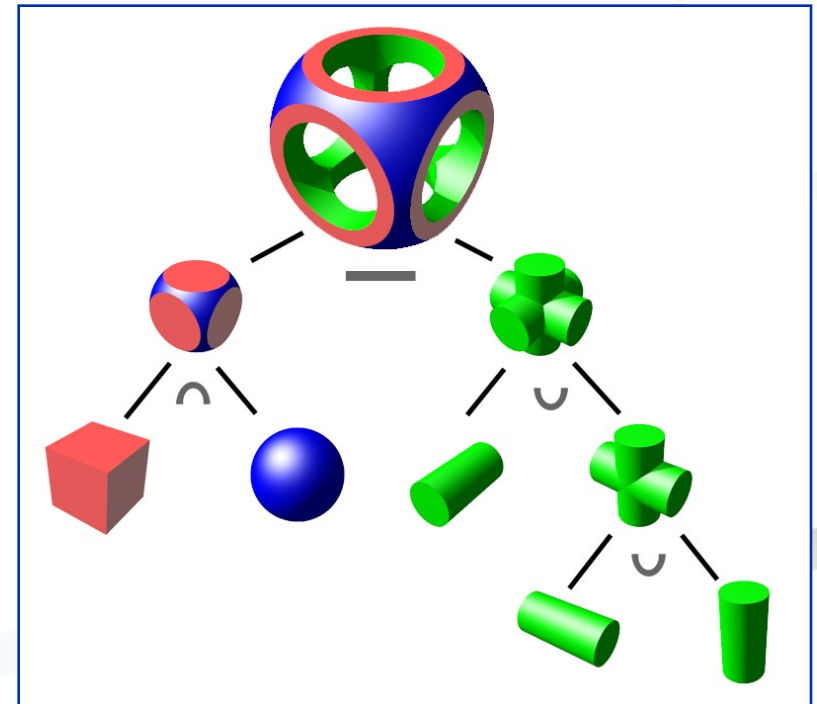
Konstruktív testmodellezés₁

Constructive Solid Geometry (CSG)

- bináris fa struktúra
- csúcspontok: 3D transzformációk + halmazműveletek
- levelek: primitív testek + paraméterek



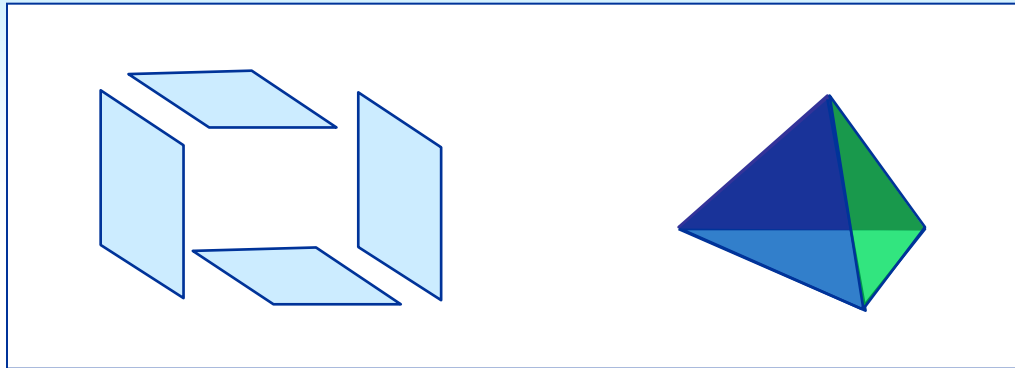
Unió, metszet, különbség



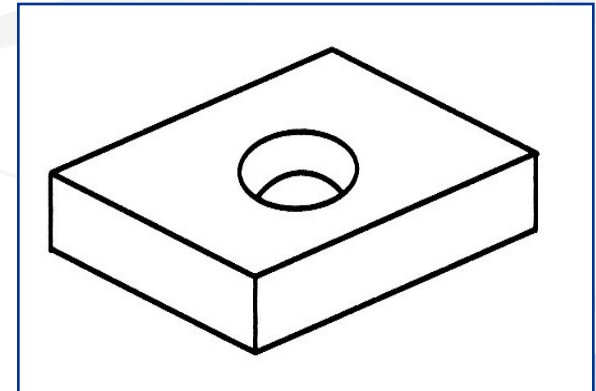
Konstruktív testmodellezés₂

- Előnyök:
 - egyszerű és tömör reprezentáció
 - megőrzi a tervezési operációk sorrendjét (design history)
 - bizonyos számítások nagyon egyszerűek: pl. pontok osztályozása, térfogat számítás, nyomatékok
- Hátrányok:
 - nincs explicit határoló felület információ
 - lokális operációkat nem lehet végrehajtani
 - bizonyos számítások igen nehézkesek: élhossz, felületek nagysága, áthatások, stb.
 - a legtöbb alkalmazáshoz kiértékelt modellre van szükség

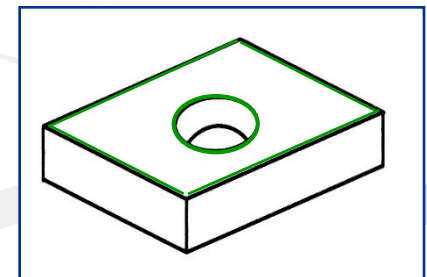
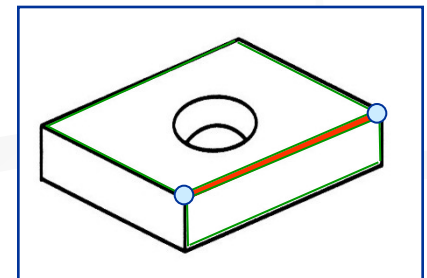
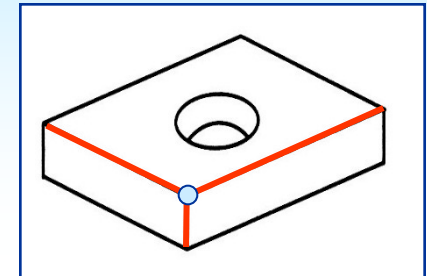
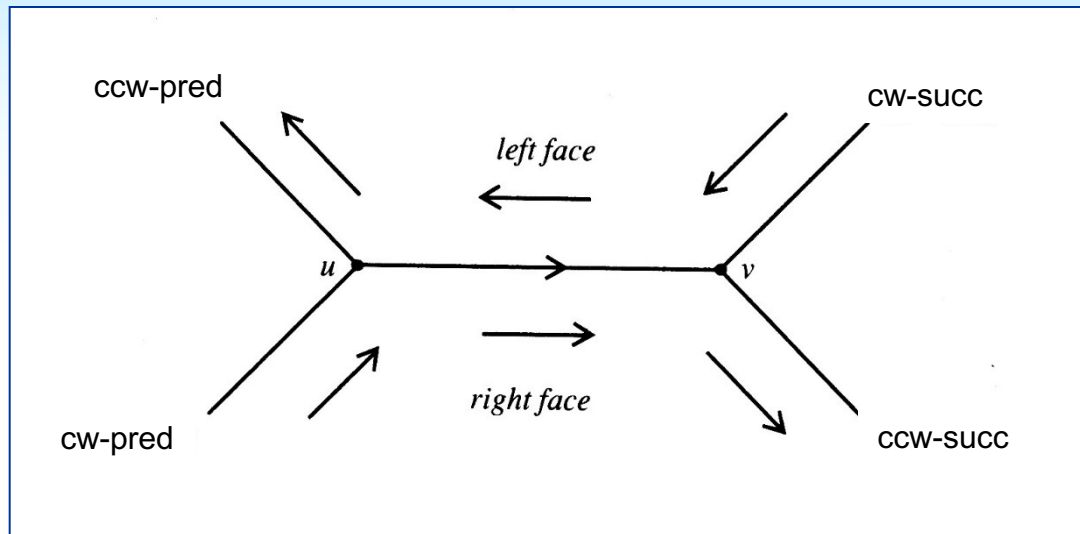
Határolóelem reprezentáció₁



- Boundary representation (B-rep)
- Testmodell: a határoló elemek összessége
- Explicit, kiértékelt adatstruktúra
- Teljes topológiai leírás
 - csúcsok, élek, hurkok, lapok, ...
- Teljes geometriai leírás
 - pontok, görbék (görbedarabok), felületek (felületdarabok)



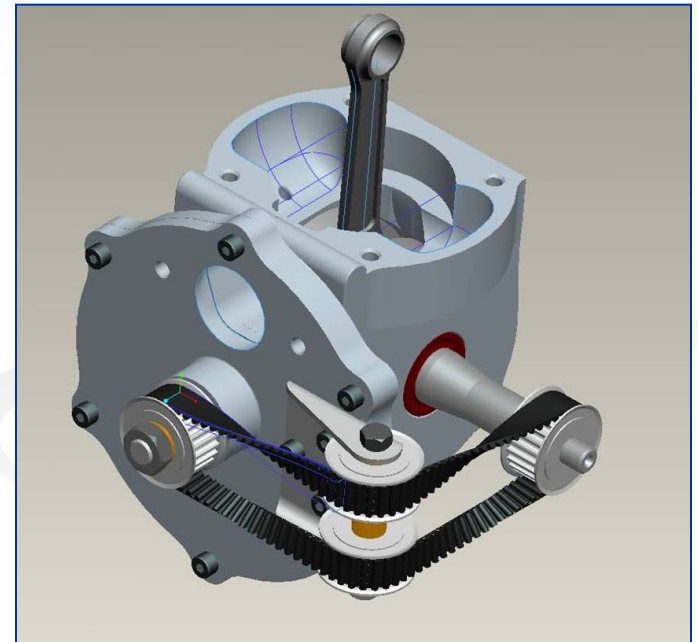
Határolóelem reprezentáció₂



- Szárnyas él adatstruktúra (winged edges)
- Szomszédossági relációk
- Redundáns, de igen hatékony keresést tesz lehetővé
- A felületek orientáltak, a hurkok irányítottak

Határolóelem reprezentáció₃

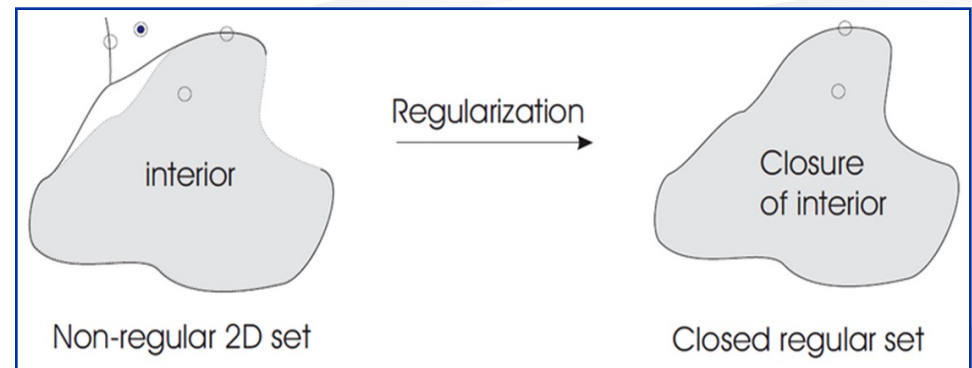
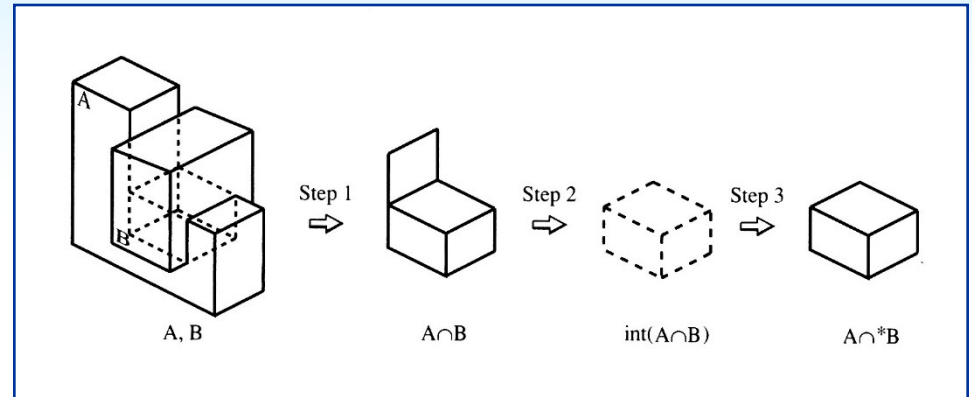
- Előnyök:
 - explicit geometriai információ, véges, visszavágott (trimmed) formában
 - explicit topológiai információ, az összes szomszédossági reláció tárolása
 - lokális operációk végrehajtása egyszerű
 - hatékony számítások
- Hátrányok:
 - komplex adatstruktúra, a modell érvényességét-helyességét állandóan biztosítani kell
 - az eredeti tervezési szekvenciát nem lehet visszaállítani
 - globális számítások végrehajtása igen nehézkes



Regularizált halmazműveletek

Adott egy tömör test S :

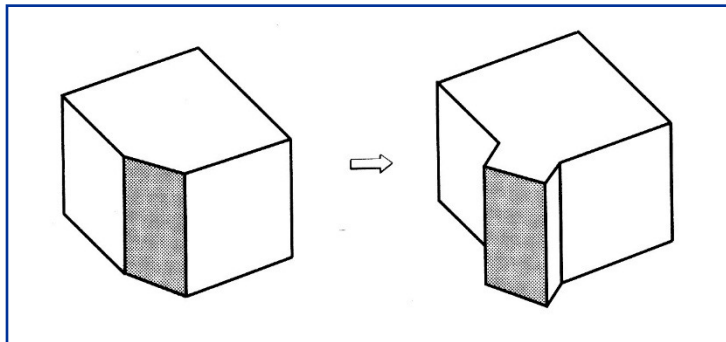
- P belső pontja S -nek, ha létezik egy nyílt r sugarú, P középpontú gömb, amelyet S teljesen tartalmaz
- Q külső pontja S -nek, ha létezik egy nyílt r sugarú, Q középpontú gömb, amelynek S -sel nincs közös része
- *Határpontok* - nem belső, és nem külső pont
- *Regularizált halmazművelet*: a belső pontok lezárása



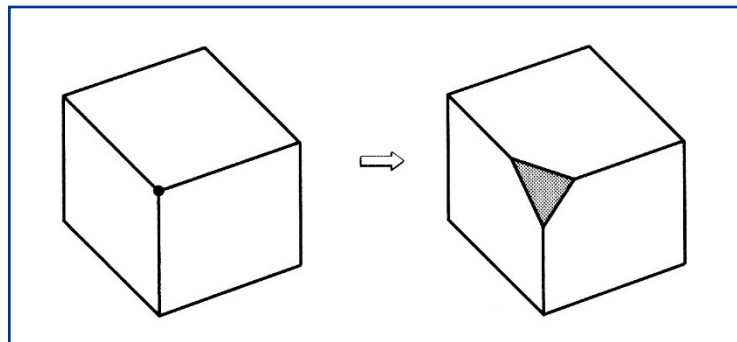
$$\cup^*, \cap^*, -^*$$

Lokális operációk₁

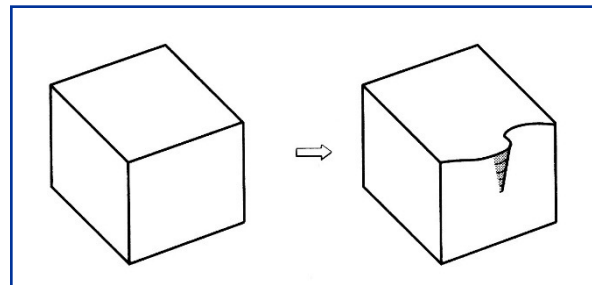
- csak az objektum egy jól körülhatárolt része módosul
- topológiai elemek kijelölése: csúcsok, élek, élhurkok, lapok
- újrastrukturálás - egyszerű szabályok szerint



Kihúzás (extrude)



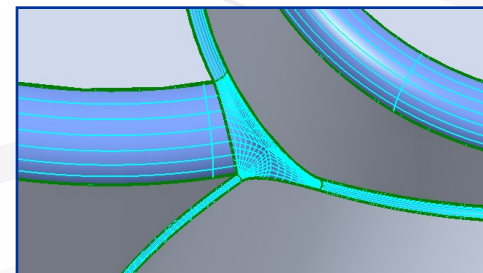
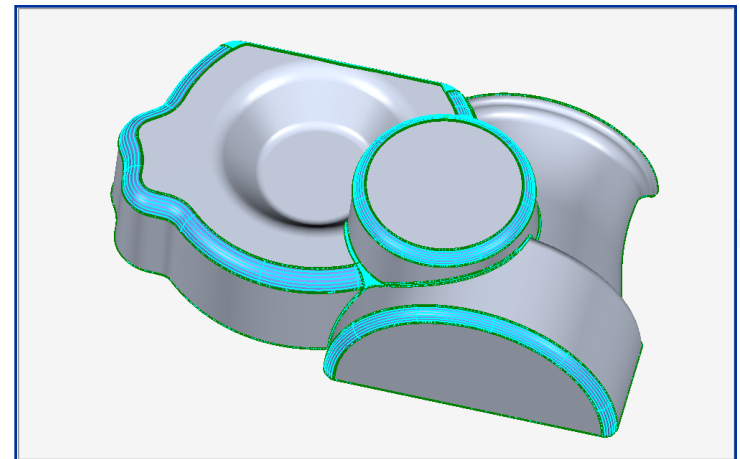
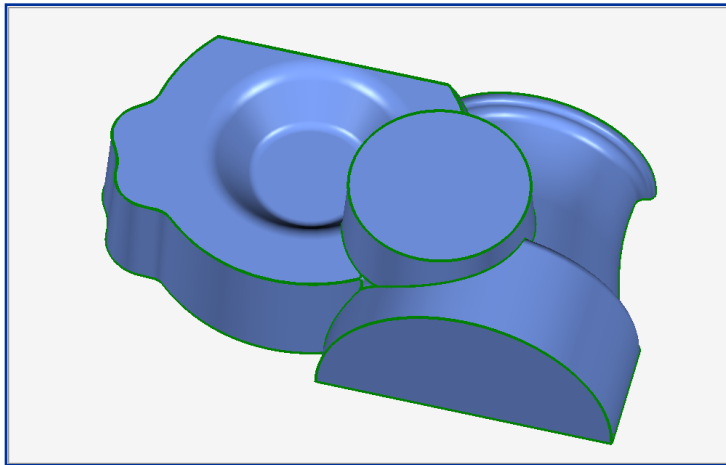
Életörés, csúcsletörés (chamfer)



Módosítás (tweak)

Lokális operációk₂

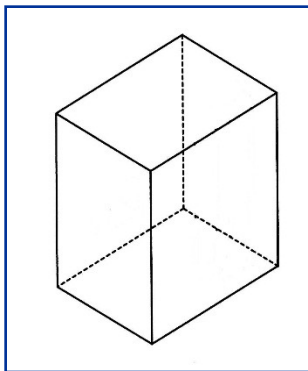
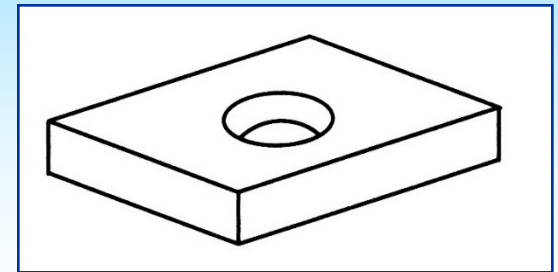
- ÉL-lekerekítő felületek: szomszédos elsődleges felületek sima összekötése
- CSÚCS-lekerekítő felületek: él-lekerekítések sima összekötése
- Éles él helyettesítése: esztétikai és megmunkálási követelmények
 - Konvex él - "anyag" eltávolítás
 - Konkáv él - "anyag" hozzáadás



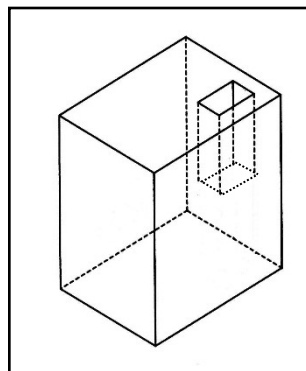
A legfontosabb lokális operáció!

Érvényes topológia₁

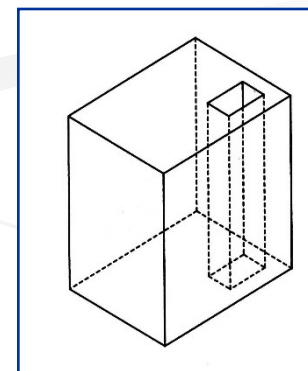
- Jelölések: **V**: a csúcsok száma
E: az élek száma, **F**: a lapok száma
 - Euler-Poincaré formula (a): **$V - E + F = 2$**
G: az átmenő lyukak száma (*genus*)
L: a hurkok száma (külső és belső), **$L_i = L - F$** - belső hurkok száma
 - Euler-Poincaré formula (b): **$V - E + F - L_i = 2(1 - G)$**



$V = 8, E = 12, F = 6,$
nincs lyuk és belső hurok;
 $V - E + F = 2 \rightarrow 8 - 12 + 6 = 2$






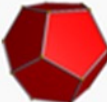

$V = 16, E = 24, F = 11,$
nincs lyuk, egy belső hurok;
 $V - E + F - (L_i) = 2 \rightarrow 16 - 24 + 11 - (1) = 2$



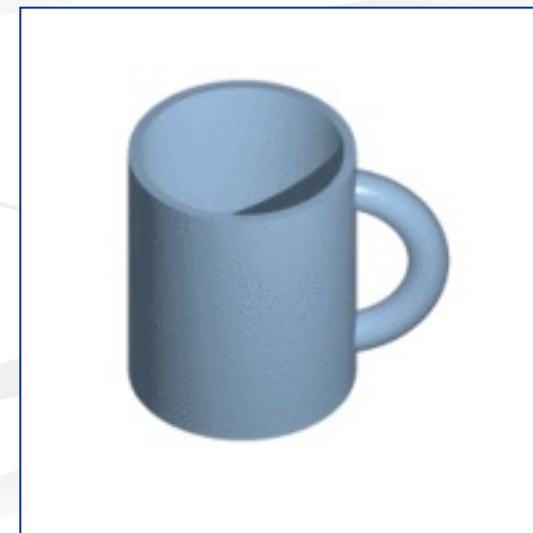
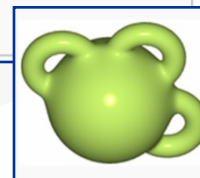
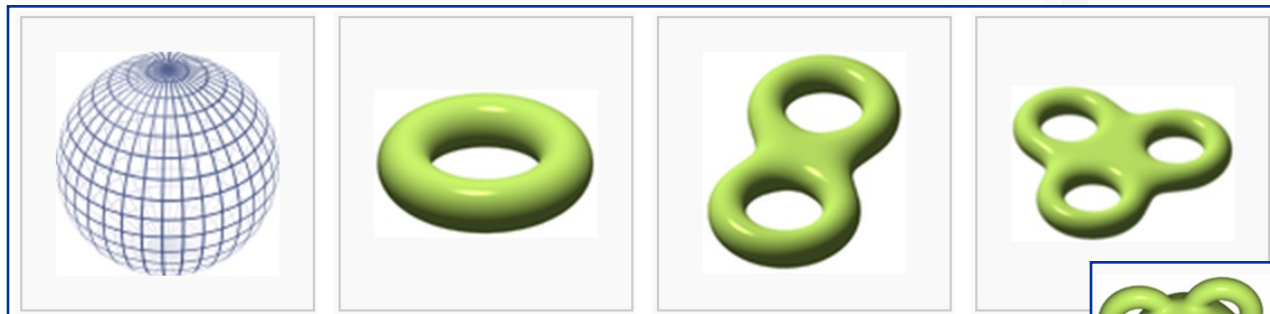
$V = 16, E = 24, F = 10,$
egy lyuk, két belső hurok;
 $V - E + F - (L_i) = 2(1 - G) \rightarrow 16 - 24 + 10 - (2) = 0$

Érvényes topológia₂

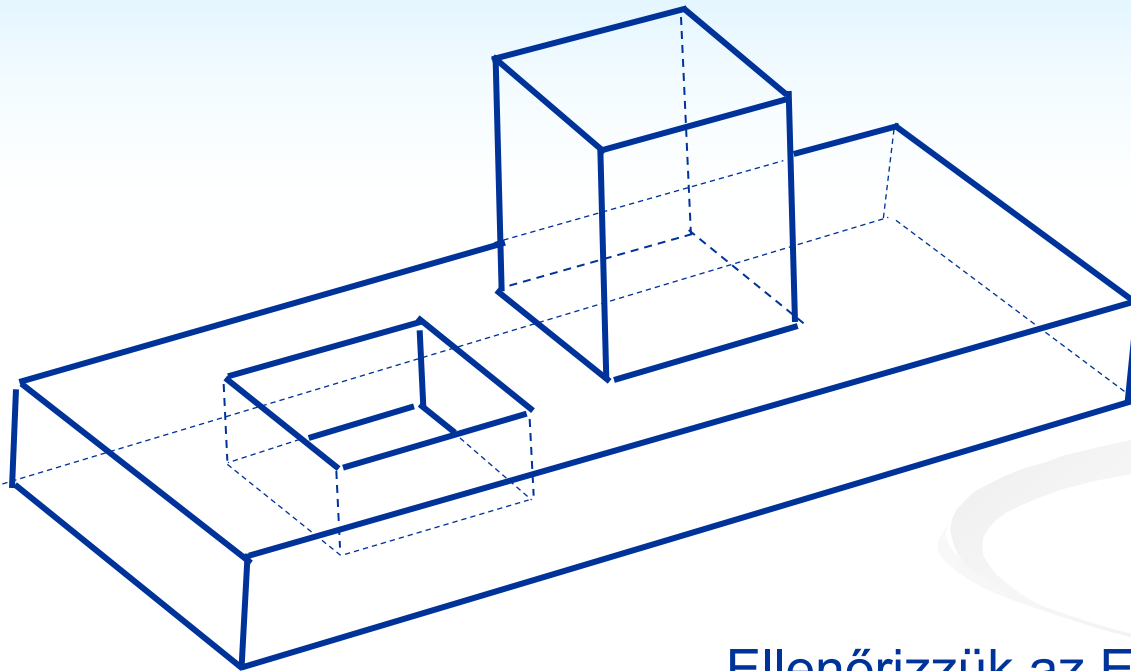
- Szabályos poliéderek:

Name	Image	Vertices <i>V</i>	Edges <i>E</i>	Faces <i>F</i>	Euler characteristic: $V - E + F$
Tetrahedron		4	6	4	2
Hexahedron or cube		8	12	6	2
Octahedron		6	12	8	2
Dodecahedron		20	30	12	2
Icosahedron		12	30	20	2

- Objektumok 0,1,2,3 átmenő lyukkal (genus) :



Ujjgyakorlat* - Euler egyenlet

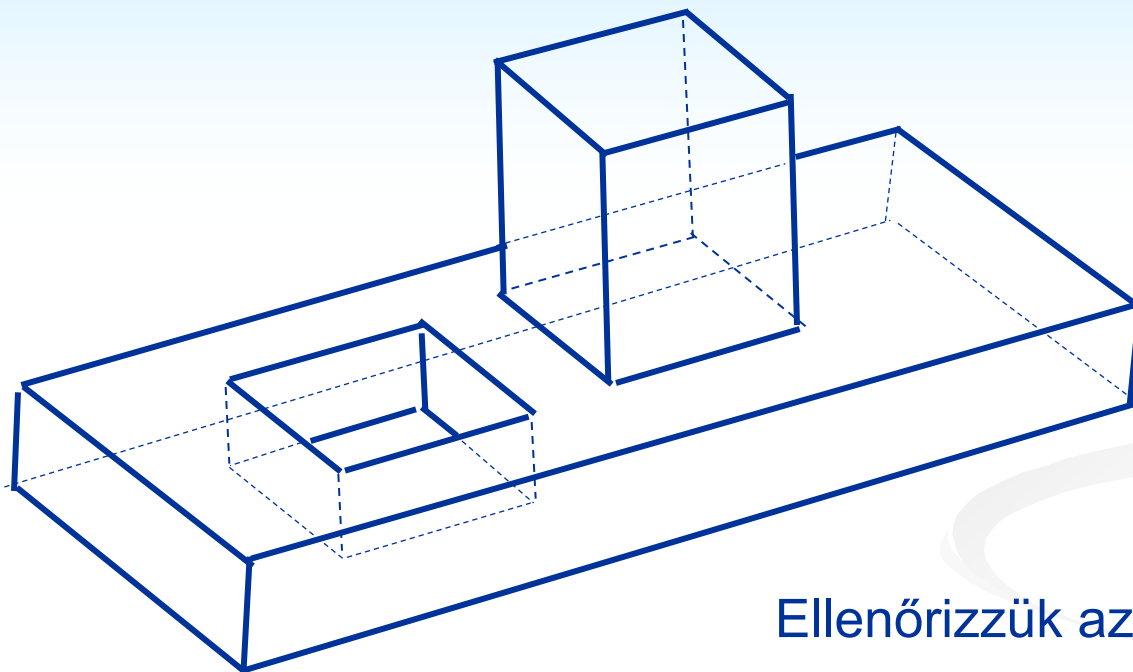


Ellenőrizzük az Euler-egyenletet:

$V:??, E:??, F:??, L_i:??, G:??$

$$V - E + F - (L_i) = 2(1 - G)$$

Ujjgyakorlat - Euler egyenlet



Ellenőrizzük az Euler-egyenletet:

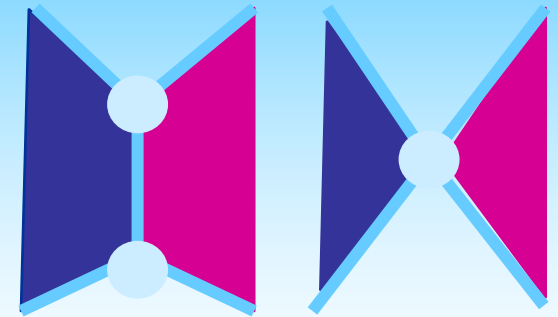
V: 24, E: 36, F: 15, L_i : 3, G: 1

$V - E + F - (L_i) = 2(1 - G)$

$24 - 36 + 15 - (3) = 2(1 - 1)$ ok

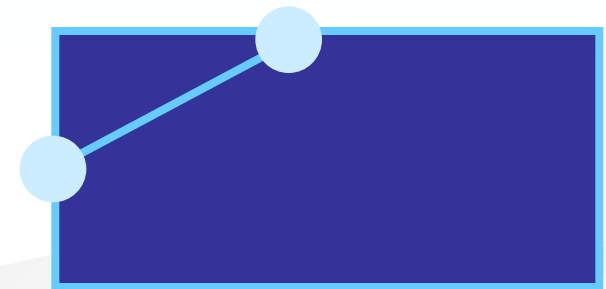
Euler operációk

- $V - E + F - (L - F) = 2$
- Létrehozás (Make) és törlés (Kill) operációk



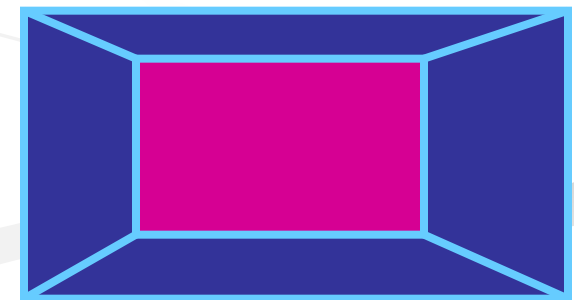
Él-összehúzás ↔ Csúcs széthasítás

<i>Operator</i>	<i>Meaning</i>	<i>V</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>L</i>
MEV	Make an edge and a vertex	+1	+1		
MFE	Make a face and an edge		+1	+1	+1
MEKL	Make an edge and kill a loop		+1		-1



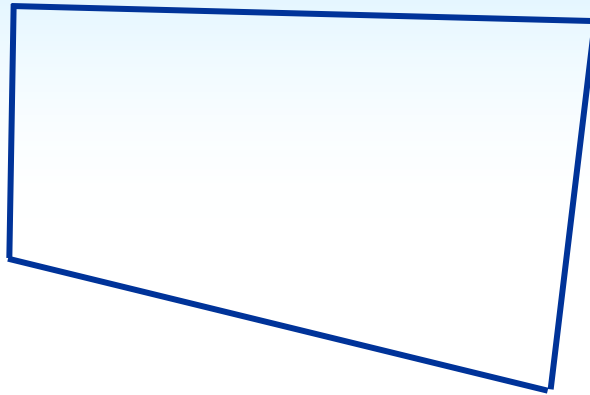
Lap kettévágás: {+2,+3,+1,(0)}

<i>Operator</i>	<i>Meaning</i>	<i>V</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>L</i>
KEV	Kill an edge and a vertex	-1	-1		
KFE	Kill a face and an edge		-1	-1	-1
KEML	Kill an edge and make a loop		-1		+1



Lapkihúzás: {+4,+8,+4,(0)}

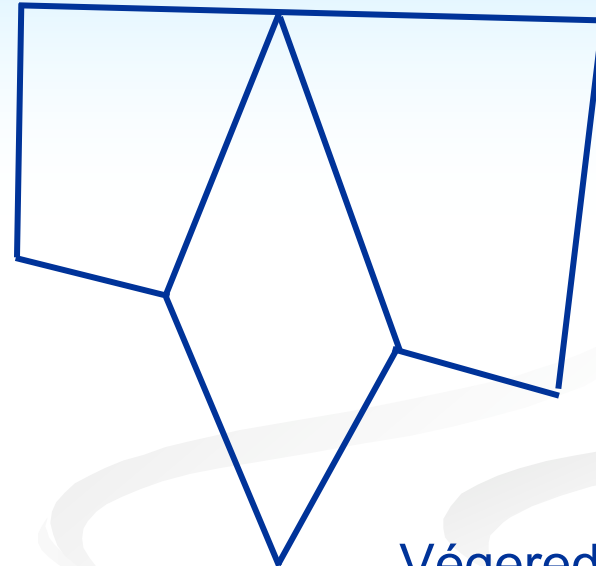
Ujjgyakorlat* - Euler operációk



Kiindulás:

V:4, E:4, F:1

(4,4,2)



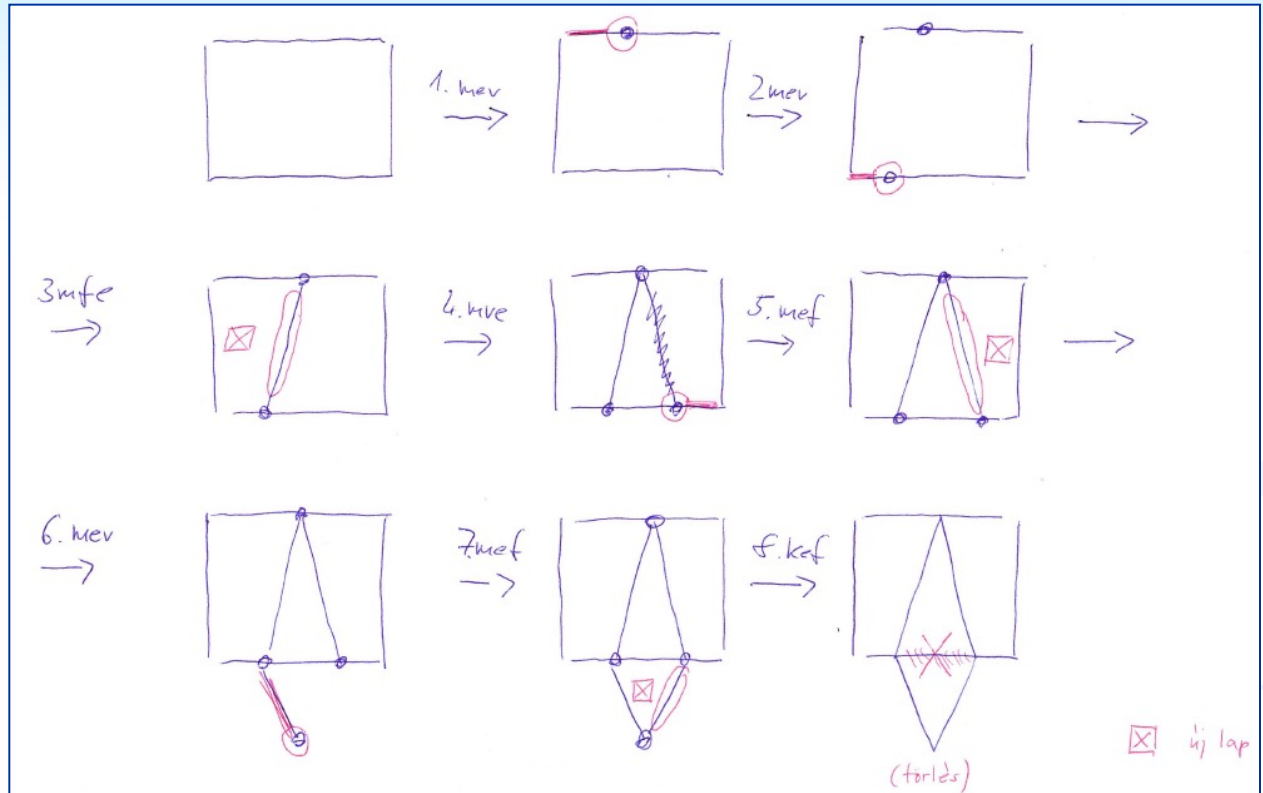
Végeredmény:

V:....., E:....., F:.....

Euler-operációk:

1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8.....

Ujjgyakorlat - Euler operációk



Kiindulás:

V:4, E:4, F:1

(4,4,2)

Végeredmény:

V:8, E: 10 , F:3

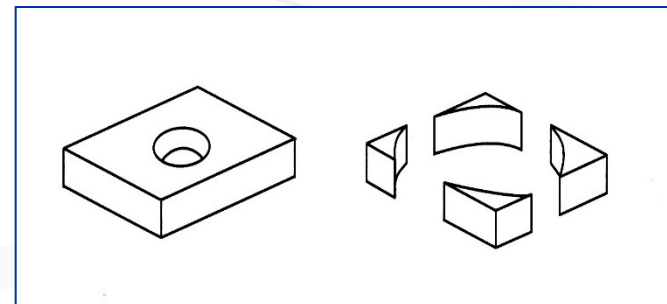
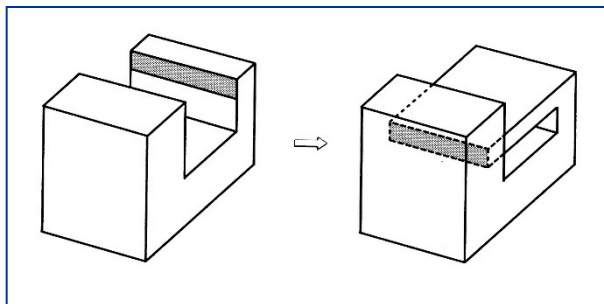
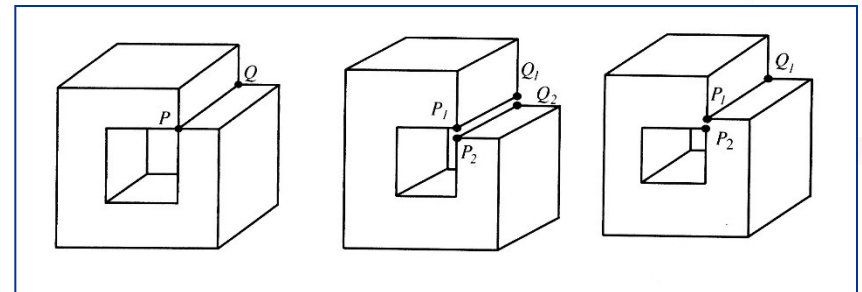
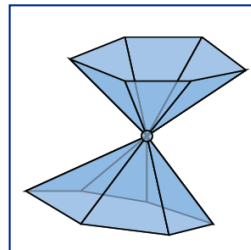
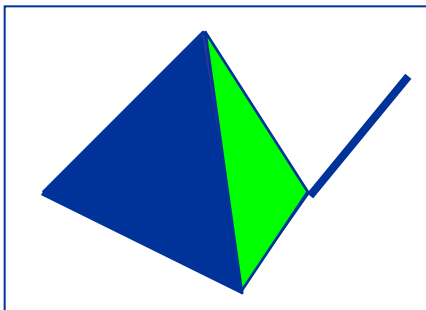
(8,10,4)

Euler-operációk:

1.mev 2.mev 3.mfe 4.mev 5. mef! 6. mev 7. mef 8. kef

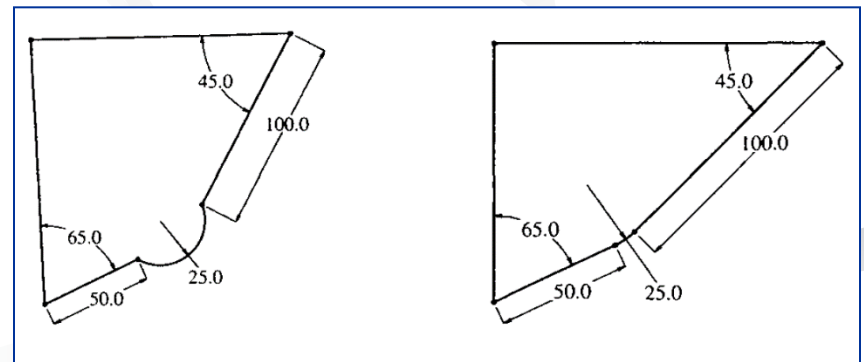
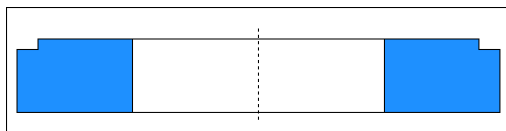
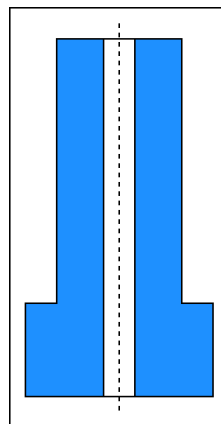
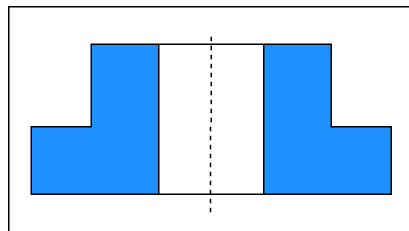
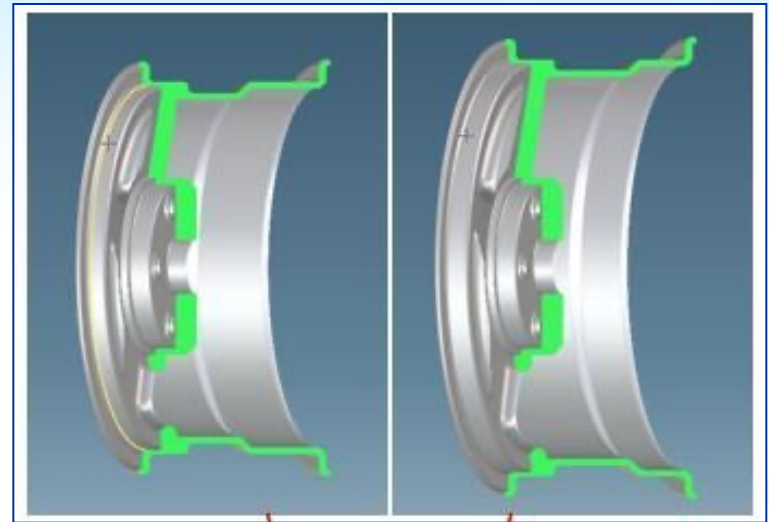
További érvényességi kérdések

- Érvényes (helyes) tömör test: nincsenek alacsonyabb dimenziós részek, szabad élek és lapok
- 2D sokaság (2-manifold): a határfelület pontjai mindenhol lokálisan leképezhetők egy körlapra
- Szemantika: önmetszések elkerülése, az eredeti tervezési szándék megőrzése



Parametrikus megadás, kényszerek

- a primitíveket, a procedurális elemeket és az alaksajátosságokat *változók* segítségével definiálják
- paraméter függő alkatrész család
- feltételezi a tervezési szekvencia reprodukálhatóságát
- kritikus kérdés - szemantika
- geometriai definíció kényszerekkel
 - lehet egyértelmű, alul- vagy túlhatározott



Shapr3D – DEMÓ

<https://www.shapr3d.com/>

A következő előadás tartalma

Digitális alakzatrekonstrukció:

- célkitűzések
- a rekonstrukció folyamata
- 3D-s mérés technika
- mért pontthalmazok regisztrálása és egyesítése