3D számítógépes geometria és alakzatrekonstrukció

5. Bézier görbék és felületek

http://cg.iit.bme.hu/portal/node/312
https://www.vik.bme.hu/kepzes/targyak/VIIIMA01

Dr. Várady Tamás, Dr. Salvi Péter
BME, Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Irányítástechnika és Informatika Tanszék

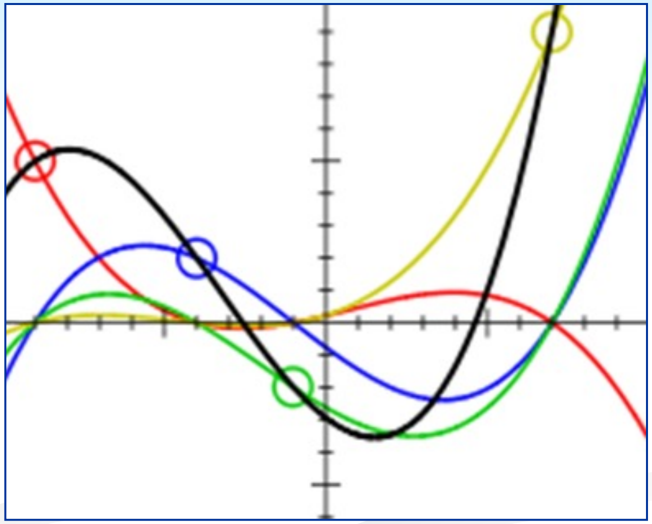
Tartalom

- vektorpolinomok
  - Lagrange interpoláció
  - Hermite interpoláció
- Bernstein bázisfüggvények
- Bézier görbék
  - tulajdonságok
  - fontos algoritmusok
  - deriváltak
  - görbedarabok összeillesztése
- Bézier felületek

Vektorpolinomok$_1$

$t : [-9, -4, -1, 7]$

$p : [5, 2, -2, 9]$



vektorpolinomok: $\mathbf{r}(t) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{a}_k S_k(t)$

Lagrange interpoláció

- adott $n+1$ pont $\mathbf{p}_0, \ldots, \mathbf{p}_n$

  és $n+1$ paraméter érték: $t_0 < t_1 < \ldots < t_n$.

- cél: $\mathbf{r}(t_k) = \mathbf{p}_k \qquad (0 \le k \le n)$.
- pontosan egy megoldás van;

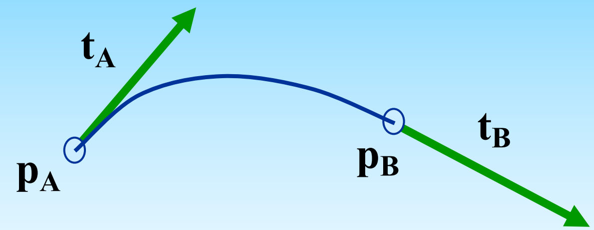
  a súlyfüggvények:

$$L_k(t_j) = \begin{cases} 1 & \text{ha } j = k, \\ 0 & \text{ha } j \neq k. \end{cases} \Rightarrow \quad L_k(t) = \prod_{i \neq k} \frac{t - t_i}{t_k - t_i}.$$

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{p}_k L_k(t)$$

	t_0	t_1	t_2	t_3
L_0	1	0	0	0
L_1	0	1	0	0
L_2	0	0	1	0
L_3	0	0	0	1

Vektorpolinomok$_2$



Hermite interpoláció (harmadfokú)

- adott: $\mathbf{p}_A$, $\mathbf{t}_A$, $\mathbf{p}_B$, $\mathbf{t}_B$, $t \in [0,1]$
- cél:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{p}_A, \mathbf{r}(1) = \mathbf{p}_B, \mathbf{r}'(0) = \mathbf{t}_A, \mathbf{r}'(1) = \mathbf{t}_B$$

- súlyfüggvények:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{p}_A F_0(t) + \mathbf{t}_A G_0(t) + \mathbf{p}_B F_1(t) + \mathbf{t}_B G_1(t)$$

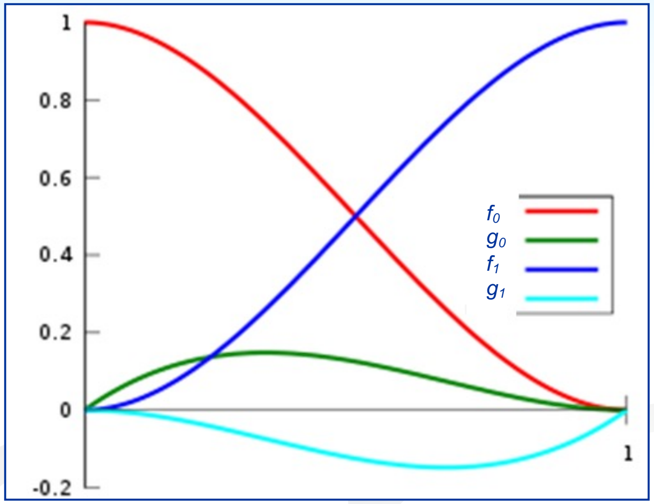
$$F_0(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$$

$$G_0(t) = t^3 - 2t^2 + t$$

$$F_1(t) = -2t^3 + 3t^2$$

$$G_1(t) = t^3 - t^2$$

- ötödfokú: $\mathbf{p}_A$, $\mathbf{t}_A$, $\mathbf{s}_A$, $\mathbf{p}_B$, $\mathbf{t}_B$, $\mathbf{s}_B$



	$t=0$	$t=1$
F_0	1	0
F_1	0	1
F'_0	0	0
F'_1	0	0

	$t=0$	$t=1$
G_0	0	0
G_1	0	0
G'_0	1	0
G'_1	0	1

Ujjgyakorlatok*

Hermite interpoláció (harmadfokú)

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{p}_A F_0(t) + \mathbf{t}_A G_0(t) + \mathbf{p}_B F_1(t) + \mathbf{t}_B G_1(t)$$

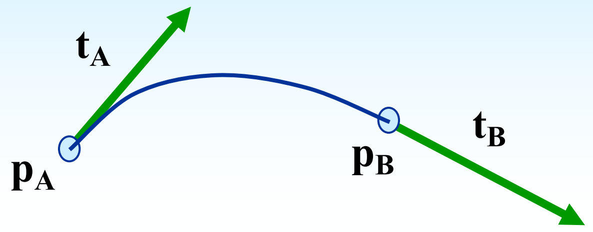
$$F_0(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1,\; F_0(1) = 0$$

$$G_0(t) = t^3 - 2t^2 + t,\; G_0(1) = 0$$

$$F_1(t) = -2t^3 + 3t^2,\; F_1(1) = 1$$

$$G_1(t) = t^3 - t^2,\; G_1(1) = 0$$

$$\mathbf{r}(1) = \mathbf{p}_B$$



Bizonyítsuk be, hogy a Hermite interpoláció $t=0$-ban reprodukálja az A-beli tangens vektort

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{p}_A F_0'(t) + \mathbf{t}_A G_0'(t) + \mathbf{p}_B F_1'(t) + \mathbf{t}_B G_1'(t)$$

$$F_0'(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots,\; F_0'(0) = \ldots\ldots$$

$$G_0'(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots,\; G_0'(0) = \ldots\ldots$$

$$F_1'(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots,\; F_1'(0) = \ldots\ldots$$

$$G_1'(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots\; G_1'(0) = \ldots\ldots$$

$$\mathbf{r}'(0) = \ldots\ldots$$

Ujjgyakorlatok

Hermite interpoláció (harmadfokú)

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{p}_A\, F_0(t) + \mathbf{t}_A G_0(t) + \mathbf{p}_B\, F_1(t) + \mathbf{t}_B G_1(t)$$

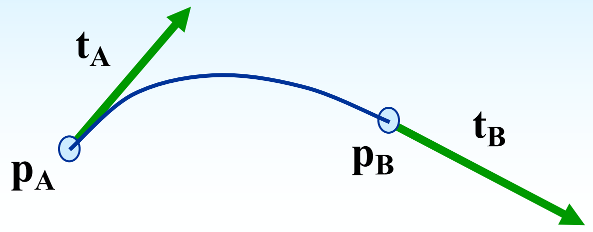
$$F_0(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1,\ F_0(1) = 0$$

$$G_0(t) = t^3 - 2t^2 + t,\ G_0(1) = 0$$

$$F_1(t) = -2t^3 + 3t^2,\ F_1(1) = 1$$

$$G_1(t) = t^3 - t^2,\ G_1(1) = 0$$

$$\mathbf{r}(1) = \mathbf{p}_B$$



Bizonyítsuk be, hogy a Hermite interpoláció $t=0$-ban reprodukálja az A-beli tangens vektort

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{p}_A\, F_0'(t) + \mathbf{t}_A G_0'(t) + \mathbf{p}_B\, F_1'(t) + \mathbf{t}_B G_1'(t)$$

$$F_0'(t) = 6t^2 - 6t,\ F_0'(0) = 0$$

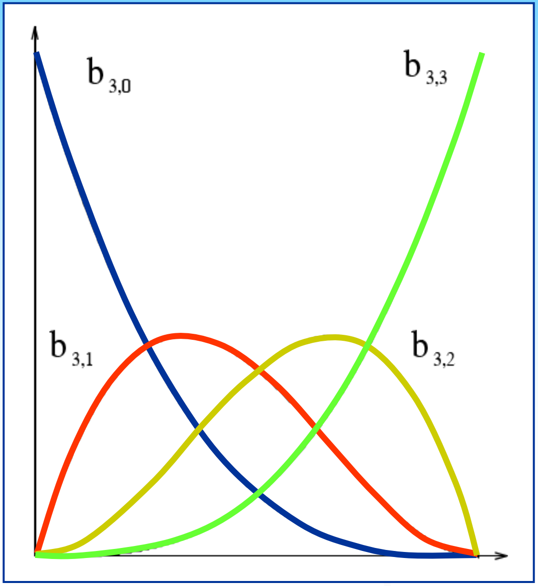
$$G_0'(t) = 3t^2 - 4t + 1,\ G_0'(0) = 1$$

$$F_1'(t) = -6t^2 + 6t,\ F_1'(0) = 0$$

$$G_1'(t) = 3t^2 - 2t, \quad G_1'(0) = 0$$

$$\mathbf{r}'(0) = \mathbf{t}_A$$

Bernstein polinomok$_1$



n-ed fokú Bernstein polinomok:

$$((1-t)+t)^n \Rightarrow B_k^n(t) = \binom{n}{k}(1-t)^{n-k}t^k$$

$$\binom{0}{0}$$
$$\binom{1}{0}\binom{1}{1}$$
$$\binom{2}{0}\binom{2}{1}\binom{2}{2}$$
$$\binom{3}{0}\binom{3}{1}\binom{3}{2}\binom{3}{3}$$
$$\binom{4}{0}\binom{4}{1}\binom{4}{2}\binom{4}{3}\binom{4}{4}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot k}$$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
....

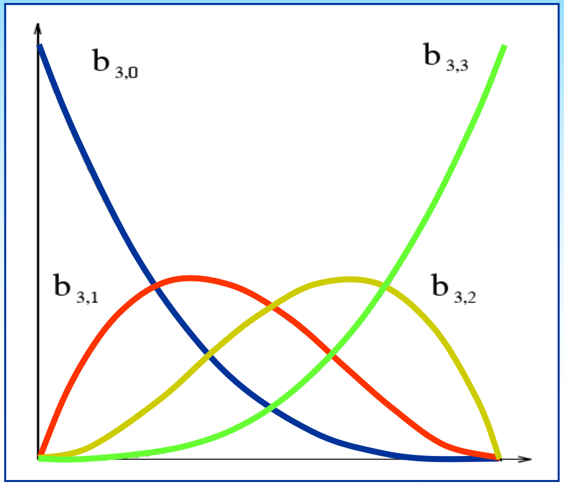
$$B_0^0$$
$$B_0^1 \quad B_1^1$$
$$B_0^2 \quad B_1^2 \quad B_2^2$$
$$B_0^3 \quad B_1^3 \quad B_2^3 \quad B_3^3$$
$$B_0^4 \quad B_1^4 \quad B_2^4 \quad B_3^4 \quad B_4^4$$

binomiális együtthatók

Pascal Δ

Bernstein polinomok

Bernstein polinomok$_2$



n-ed fokú Bernstein polinomok: $B_k^n(t) = \binom{n}{k}(1-t)^{n-k}t^k$

tulajdonságok:

- $B_k^n(t) \geq 0 \qquad t \in [0,1],$
- $\sum_{k=0}^{n} B_k^n(t) = 1, \quad ((1-t)+t)^n = 1,$
- $B_k^n(t) = B_{n-k}^n(1-t),$
- $B_k^n(t) = t \in [0, \frac{k}{n}]$ nő $, t \in [\frac{k}{n}, 1]$ csökken,
- $B_0^n(0) = 1, \quad B_k^n(0) = 0 \quad k \geq 1,$
- $B_k^n(t) = (1-t)\, B_k^{n-1}(t) + tB_{k-1}^{n-1}(t)$

$$\left(B_k^n(t) = \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} = \binom{n-1}{k} t^k (1-t)^{n-k} + \binom{n-1}{k-1} t^k (1-t)^{n-k} \right)$$

B_0^0

$B_0^1 \quad B_1^1$

$B_0^2 \quad B_1^2 \quad B_2^2$

$B_0^3 \quad B_1^3 \quad B_2^3 \quad B_3^3$

$B_0^4 \quad B_1^4 \quad B_2^4 \quad B_3^4 \quad B_4^4$

Bázis – bármely n-ed fokú polinom előállítható a bázisfüggvények lineáris kombinációjaként

$$[1, t, t^2, \ldots, t^n], \qquad [B_0^n, B_1^n, \ldots, B_n^n], \quad \mathbf{r}(t) = \mathbf{a}_2 t^2 + \mathbf{a}_1 t + \mathbf{a}_0 = \mathbf{b}_0(1-t)^2 + \mathbf{b}_1 2(1-t)t + \mathbf{b}_2 t^2$$

Bézier görbék - összefoglaló

n-ed fokú Bézier görbe: $\mathbf{r}(t) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{c}_k B_k^n(t)$

- kontroll poligon: $\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \ldots \mathbf{c}_n$
- Bernstein bázisfüggvények:

$$B_k^n(t) = \binom{n}{k}(1-t)^{n-k} t^k,$$

$$((1-t)+t)^n = 1, \quad \sum_{k=0}^{n} B_k^n(t) = 1$$

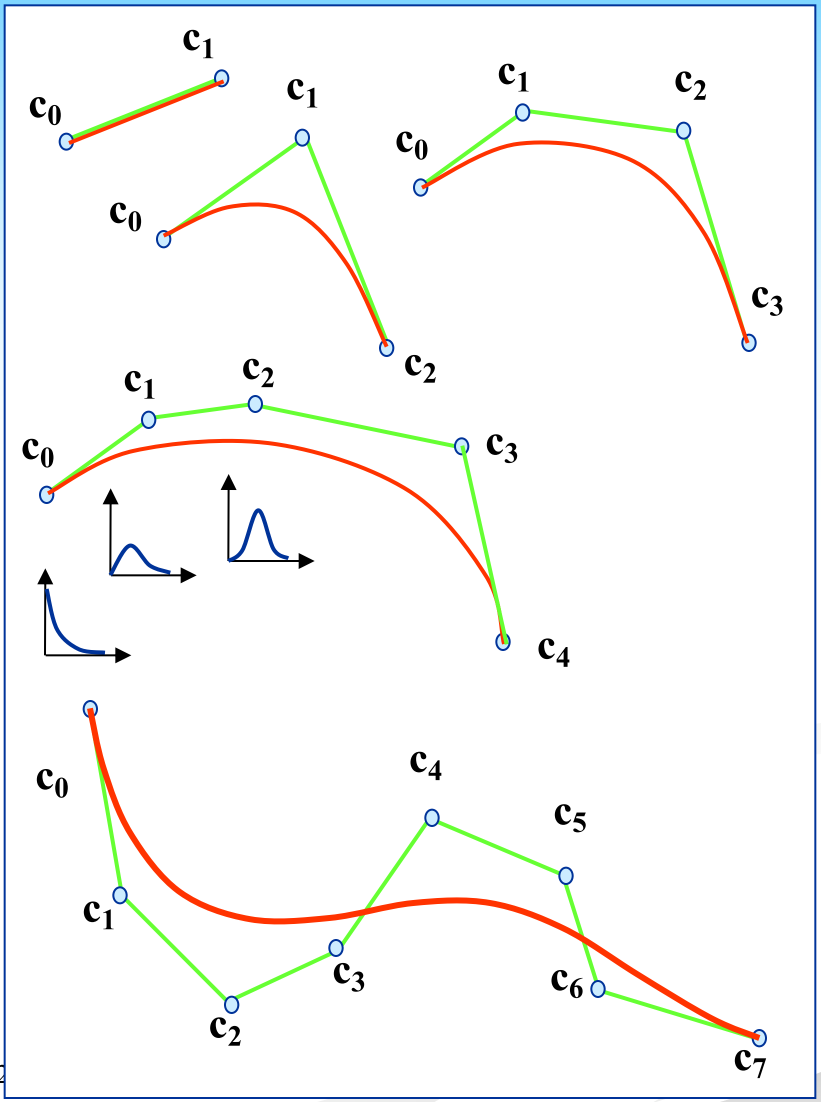
$$n = 1 \to ((1-t)+t), \quad B_0^1 : (1-t),\, B_1^1 : t$$

$$n = 2 \to ((1-t)+t)^2, \quad B_0^2 : (1-t)^2,\, B_1^2 : 2(1-t)t,\, B_2^2 : t^2$$

$$n = 3 \to ((1-t)+t)^3, \quad B_0^3 : (1-t)^3,\, B_1^3 : 3(1-t)^2 t,\, B_2^3 : 3(1-t)t^2,\, B_3^3 : t^3$$

$$n = 4 \to ((1-t)+t)^4, \quad B_0^4 : (1-t)^4,\, B_1^4 : 4(1-t)^3 t,\, B_2^4 : 6(1-t)^2 t^2,\, B_3^4 : 4(1-t)t^3,\, B_3^4 : t^3$$

....



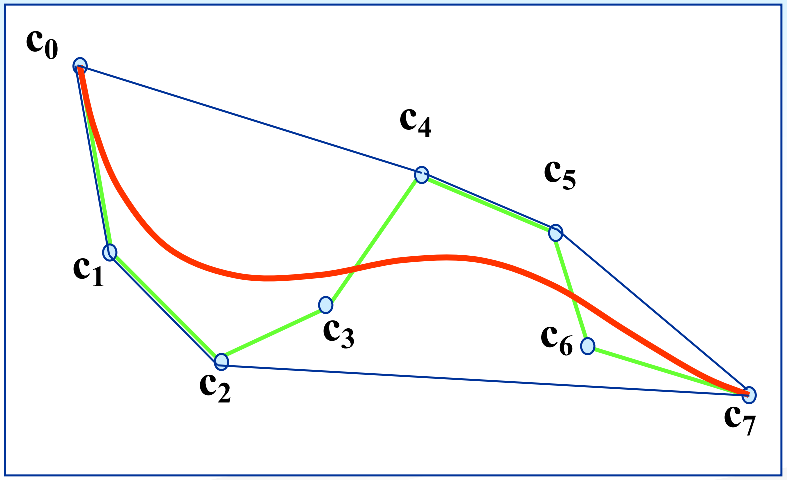
Bézier görbék$_1$

n-ed fokú Bézier görbe: $\mathbf{r}(t) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{c}_k B_k^n(t)$

- kontroll poligon: $\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \ldots \mathbf{c}_n$ intuitív!!!
- végponti interpoláció:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{c}_0, \mathbf{r}(1) = \mathbf{c}_n,$$

$$\dot{\mathbf{r}}(0) = n(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_0), \dot{\mathbf{r}}(1) = -n(\mathbf{c}_n - \mathbf{c}_{n-1})$$



- affin invariancia
- konvex burok tulajdonság
- közel lokális kontroll
  - $\mathbf{c}_k$ módosítása legerősebben *k/n*-nél jelentkezik
- egyenes reprodukció
  - ha a $\mathbf{c}_k$-k egy egyenesen vannak, **r***(t)* is egyenes
- változást csökkentő tulajdonság
  - tetszőleges egyenes esetén a görbével való metszéspontok száma nem több mint a poligonnal való metszéspontok száma
- stabilitás
  - ha az **r***(t)* görbe minden kontroll pontjának legfeljebb ε hibája van, akkor a görbe tetszőleges pontjában a hiba legfeljebb ε.

?

Bézier görbék$_2$

de Casteljau algoritmus

- ismételt lineáris interpoláció
  - $\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3,$
  - $\mathbf{c}_0^1, \mathbf{c}_1^1, \mathbf{c}_2^1$
  - $\mathbf{c}_0^2, \mathbf{c}_1^2$
  - $\mathbf{c}_0^3$
- kiértékelő formula

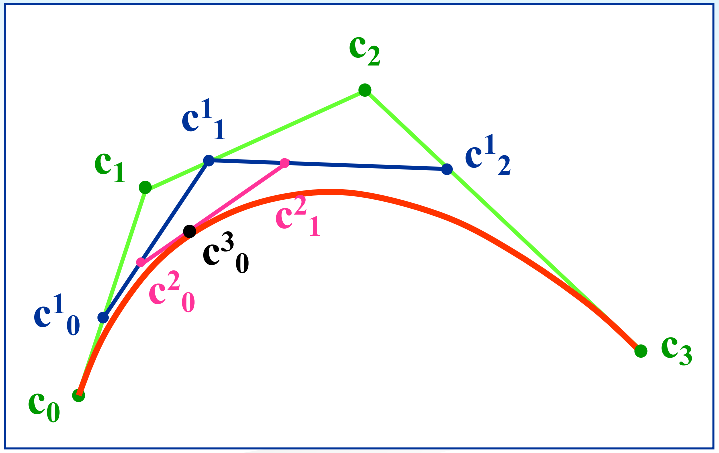
$$\mathbf{c}_i^r(t) := (1-t)\mathbf{c}_i^{r-1}(t) + t\,\mathbf{c}_{i+1}^{r-1}(t)$$

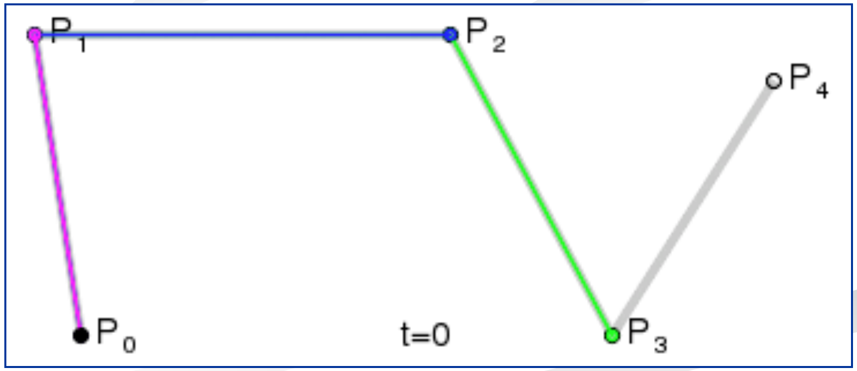
$$(i = 0,\ldots,n-r; \quad r = 1,\ldots,n)$$

$$\mathbf{c}_i^0(t) := \mathbf{c}_i.$$

- $r+1$ kontrollpont kombinációja

$$\mathbf{c}_i^r(t) = \sum_{j=0}^{r} \mathbf{c}_{i+j} B_j^r(t)$$

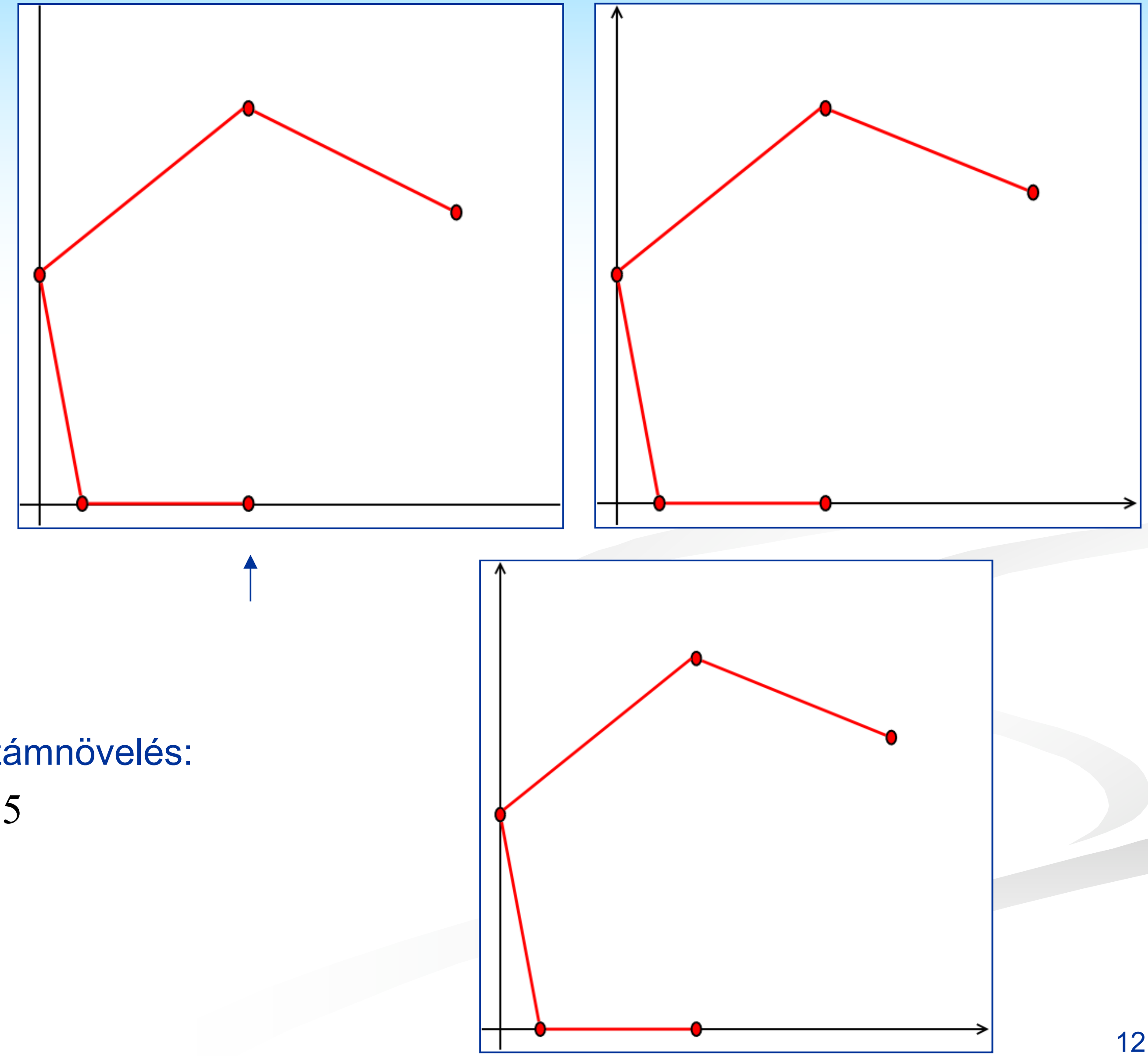




Ujjgyakorlat* - Bézier görbék

1. deCasteljau:

(i) $t=0.5$, (ii) $t=0.25$

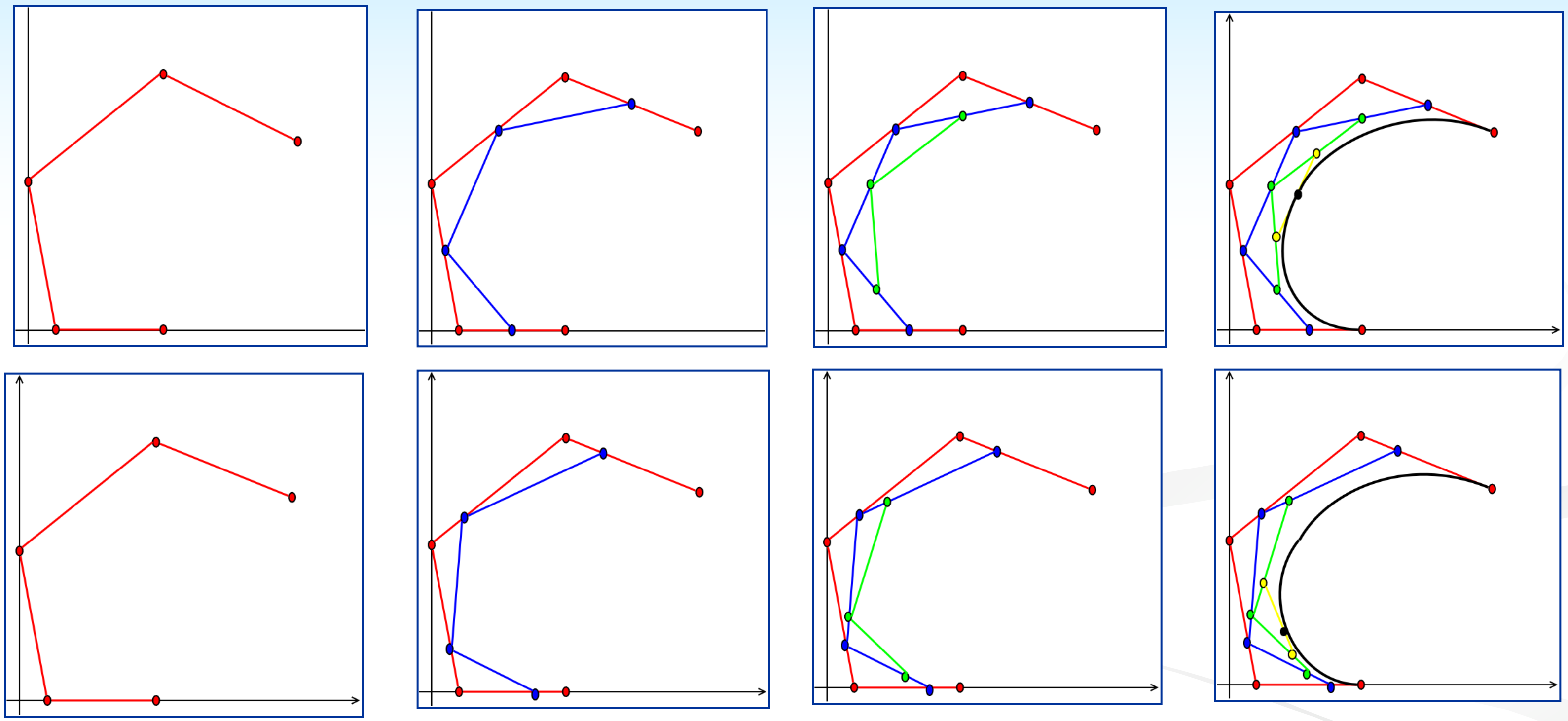


2. fokszámnövelés:

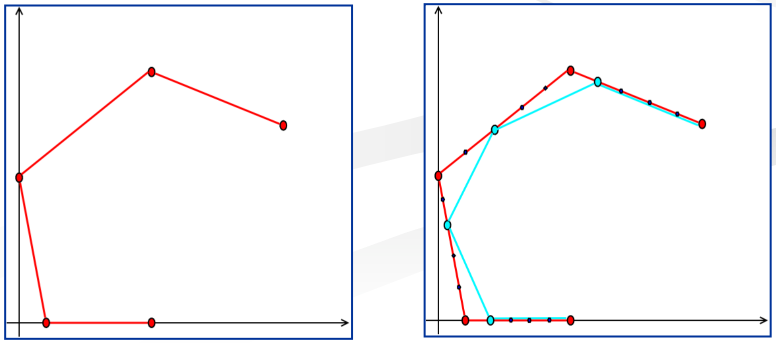
$n=4 \rightarrow 5$

Ujjgyakorlat - Bézier görbék

1. deCasteljau algoritmus; (i) $t=0.5$, (ii) $t=0.25$



2. fokszámnövelés; $n=4 \rightarrow 5$



Bézier görbék$_3$

fokszámnövelés

- Bernstein bázis: $n \to n+1$

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{c}_k B_k^n(t) = \sum_{k=0}^{n+1} \mathbf{c}_k^* B_k^{n+1}(t).$$

- lineáris kombináció:

$$\mathbf{c}_j^{(*)} = \frac{j}{n+1}\mathbf{c}_{j-1} + \left(1 - \frac{j}{n+1}\right)\mathbf{c}_j$$

$$\left((t + (1-t)) \sum_{k=0}^{n} \mathbf{c}_k B_k^n(t) \right) \quad \Rightarrow \quad \dots$$

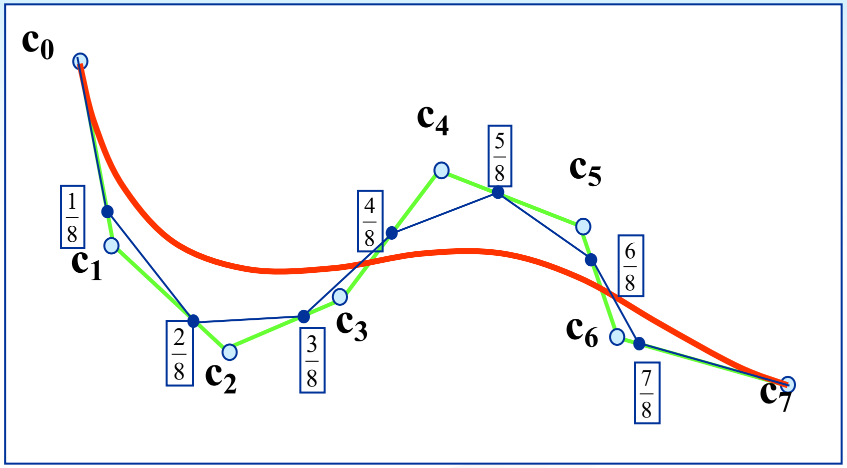
- a poligonok a görbéhez tartanak

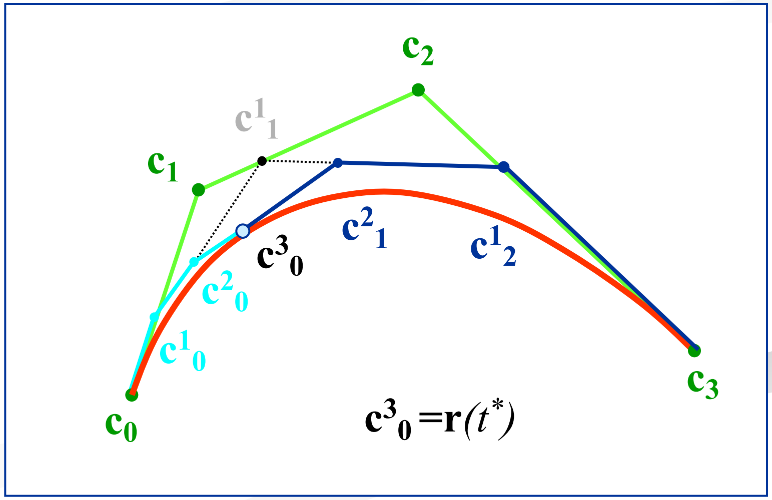
$$\lim_{n\to\infty} [\overline{\overline{\mathbf{c}_0 \mathbf{c}_1 \dots \mathbf{c}_n}}] = [\mathbf{r}(t)]$$

felosztás $\quad t \in [0,1], \quad 0 < t^* < 1$

- de Casteljau pontok

$$\mathbf{r}^*(s) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{c}_k^* B_k^n(s); \quad \mathbf{c}_k^* = \mathbf{c}_0^k$$





Bézier görbék$_4$

deriváltak

- Bernstein függvény deriváltja:

$$\frac{d}{dt} B_k^n(t) = n\left[B_{k-1}^{n-1}(t) - B_k^{n-1}(t)\right],$$

- Bézier első és második derivált:

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = n\sum_{j=0}^{n-1}\left(\mathbf{c}_{j+1} - \mathbf{c}_j\right)B_j^{n-1}(t)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = n(n-1)\sum_{j=0}^{n-2}\left(\mathbf{c}_{j+2} - 2\mathbf{c}_{j+1} + \mathbf{c}_j\right)B_j^{n-2}(t)$$

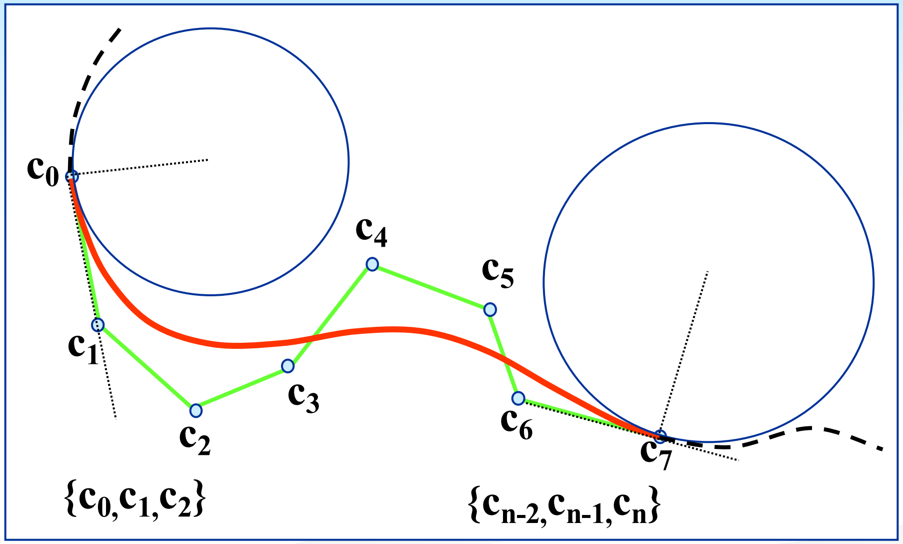
- végpont: $\mathbf{r}(0) = \mathbf{c}_0, \dot{\mathbf{r}}(0) = n(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_0),$

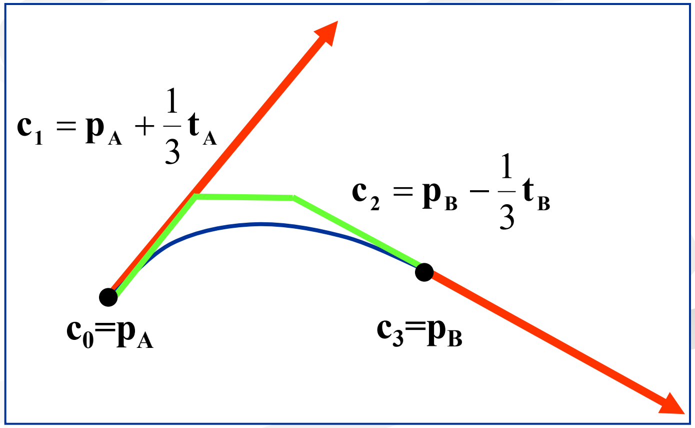
$$\ddot{\mathbf{r}}(0) = n(n-1)(\mathbf{c}_2 - 2\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_0)$$

- harmadfokú Hermite vs. Bézier:

$$\dot{\mathbf{r}}(0) = \mathbf{t}_A = 3(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_0),$$

$$\mathbf{c}_1 = \mathbf{p}_A + \frac{1}{3}\mathbf{t}_A$$





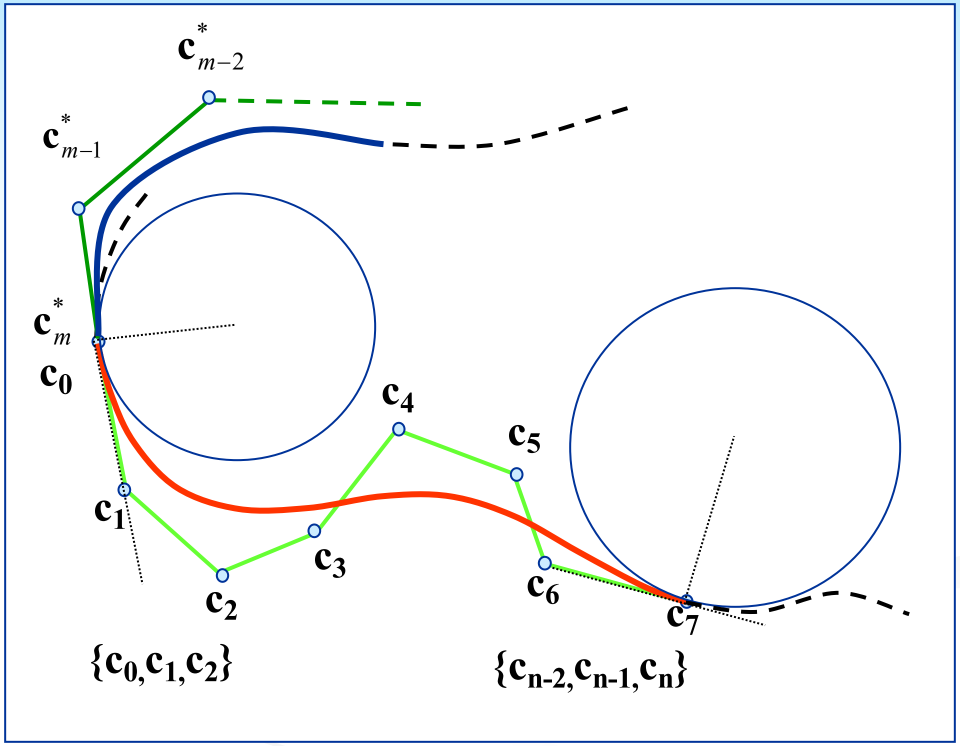
Bézier görbék$_5$

első és második derivált
a végpontban:

$$\mathbf{r}(0)=\mathbf{c}_0,\ \dot{\mathbf{r}}(0)=n(\mathbf{c}_1-\mathbf{c}_0),$$
$$\ddot{\mathbf{r}}(0)=n(n-1)(\mathbf{c}_2-2\mathbf{c}_1+\mathbf{c}_0)$$

két görbe összeillesztése:

$$\mathbf{r}(t)=\sum_{k=0}^{n}\mathbf{c}_k B_k^n(t),\ \mathbf{r}^*(t)=\sum_{k=0}^{m}\mathbf{c}_k^* B_k^m(t)$$



pozició: $C^0:\mathbf{c}_m^*=\mathbf{c}_0$

parametrikus folytonosság:

$$C^1:\dot{\mathbf{r}}^*(1)=\dot{\mathbf{r}}(0),\quad m(\mathbf{c}_m^*-\mathbf{c}_{m-1}^*)=n(\mathbf{c}_1-\mathbf{c}_0)$$
$$C^2:\ddot{\mathbf{r}}^*(1)=\ddot{\mathbf{r}}(0),\quad m(m-1)(\mathbf{c}_m^*-2\mathbf{c}_{m-1}^*+\mathbf{c}_{m-2}^*)=n(n-1)(\mathbf{c}_0-2\mathbf{c}_1+\mathbf{c}_2)$$

geometriai (érintő és görbület) folytonosság:

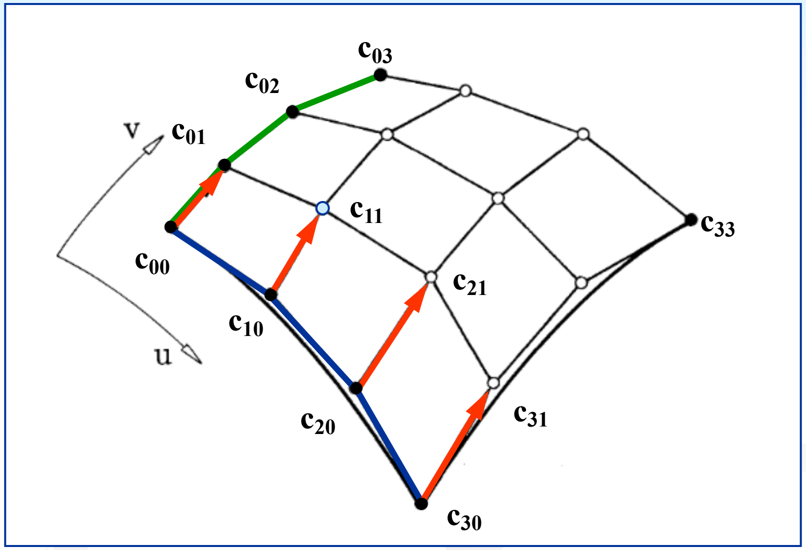
$$G^1:(\mathbf{c}_m^*-\mathbf{c}_{m-1}^*)=\alpha\,(\mathbf{c}_1-\mathbf{c}_0),\ G^2:\kappa(\mathbf{c}_m^*,\mathbf{c}_{m-1}^*,\mathbf{c}_{m-2}^*)=\kappa(\mathbf{c}_0,\mathbf{c}_1,\mathbf{c}_2)$$

Bézier felületek$_1$

- Bézier görbe:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=0}^{n} \mathbf{c}_k B_k^n(t)$$

$$\mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} B_0^n(t) & B_1^n(t) & \dots & B_n^n(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_0 \\ \mathbf{c}_1 \\ \dots \\ \mathbf{c}_n \end{bmatrix}$$



- Bézier felület:

$$\mathbf{s}(u,v) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} \mathbf{c}_{ij} B_i^n(u) B_j^m(v)$$

$$\mathbf{s}(u,v) = \begin{bmatrix} B_0^n(u) & B_1^n(u) & \dots & B_n^n(u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{00} & \mathbf{c}_{01} & \dots & \mathbf{c}_{0m} \\ \mathbf{c}_{10} & \mathbf{c}_{11} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{c}_{n0} & \dots & \dots & \mathbf{c}_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0^m(v) \\ B_1^m(v) \\ \dots \\ B_m^m(v) \end{bmatrix}$$

Bézier felületek$_2$

- $v=0$ határgörbe: $\mathbf{s}(u,0)=\sum_{i=0}^{n}\mathbf{c}_{i0}B_i^n(u)$
- $v=0$ határgörbe, *u* és *v* (kereszt-) deriváltak:

$$\dot{\mathbf{s}}_u(u,0)=n\sum_{i=0}^{n-1}(\mathbf{c}_{i+1,0}-\mathbf{c}_{i0})B_i^{n-1}(u)$$

$$\dot{\mathbf{s}}_v(u,0)=m\sum_{i=0}^{n}(\mathbf{c}_{i1}-\mathbf{c}_{i0})B_i^n(u)$$

- $v=0$ határgörbe, normál vektor:

$$\mathbf{N}(u,0)=\dot{\mathbf{s}}_u(u,0)\times\dot{\mathbf{s}}_v(u,0)$$

- G^1 folytonosság szomszédos felületekre:

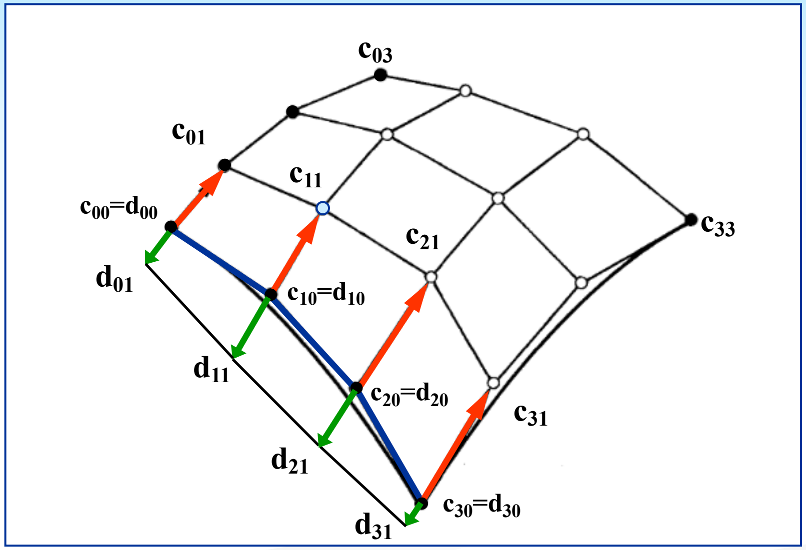
$$\mathbf{s}(u,v)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}\mathbf{c}_{ij}B_i^n(u)B_j^m(v),$$

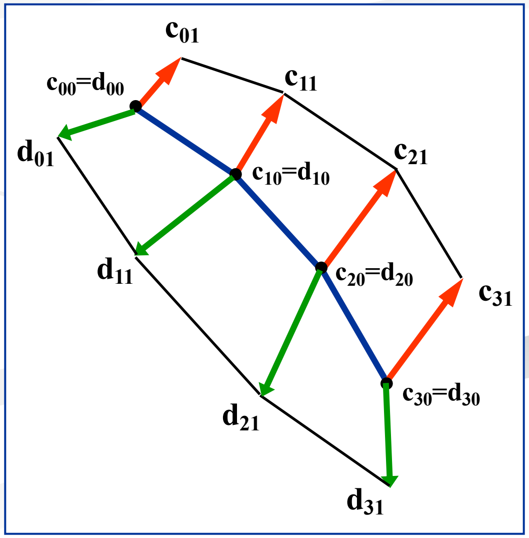
$$\mathbf{p}(u,w)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{l}\mathbf{d}_{ij}B_i^n(u)B_k^l(w)$$

$$a)\quad \mathbf{c}_{i0}=\mathbf{d}_{i0},\ (\mathbf{c}_{i1}-\mathbf{c}_{i0})=\alpha(\mathbf{d}_{i1}-\mathbf{d}_{i0}),\ i=0,\ldots,n$$

$$b)\quad \mathbf{s}(u,0)=\mathbf{p}(u,0),\quad \mathbf{N}_1(u,0)\,\|\,\mathbf{N}_2(u,0),\ u\in[0,1]$$

$$\alpha(u)\dot{\mathbf{s}}_u(u,0)+\beta(u)\dot{\mathbf{s}}_v(u,0)=\gamma(u)\dot{\mathbf{p}}_w(u,0)$$





Bézier felületek$_3$

- bilineáris interpoláció:

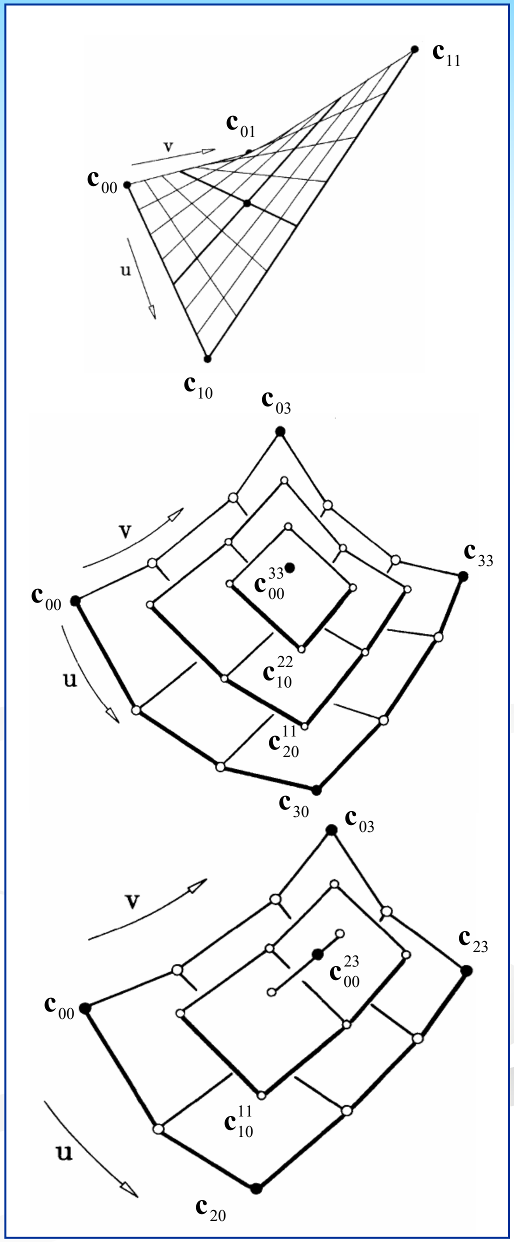
$$\mathbf{s}(u,v) = \begin{bmatrix} 1-u & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{00} & \mathbf{c}_{01} \\ \mathbf{c}_{10} & \mathbf{c}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-v \\ v \end{bmatrix}$$

- de Casteljau algoritmus felületekre:

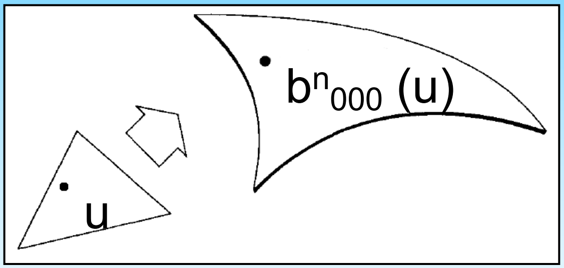
$$\mathbf{c}_{i,j}^{r,r} = \begin{bmatrix} 1-u & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{i,j}^{r-1,r-1} & \mathbf{c}_{i,j+1}^{r-1,r-1} \\ \mathbf{c}_{i+1,j}^{r-1,r-1} & \mathbf{c}_{i+1,j+1}^{r-1,r-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-v \\ v \end{bmatrix},$$

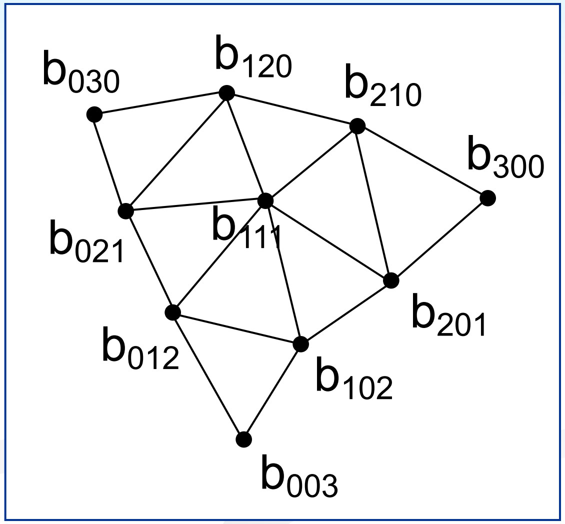
$$r = 1,\ldots,n;$$

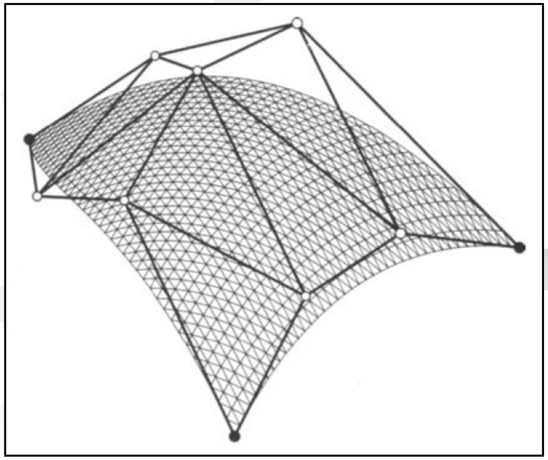
$$i,j = 0,\ldots,n-r$$



Bézier háromszögek$_1$







- Baricentrikus koordináták: belső domén pontok felírása a csúcsok kombinációjaként

$$\mathbf{u} = (u, v, w) = u\mathbf{p}_1 + v\mathbf{p}_2 + w\mathbf{p}_3,$$
$$u, v, w \geq 0, u + v + w = 1$$

- Háromváltozós Bernstein-polinomok:

$$B^n_{\mathbf{i}}(\mathbf{u}) = \binom{n}{\mathbf{i}} u^i v^j w^k, \ \mathbf{i} = (i, j, k), \ i + j + k = n$$

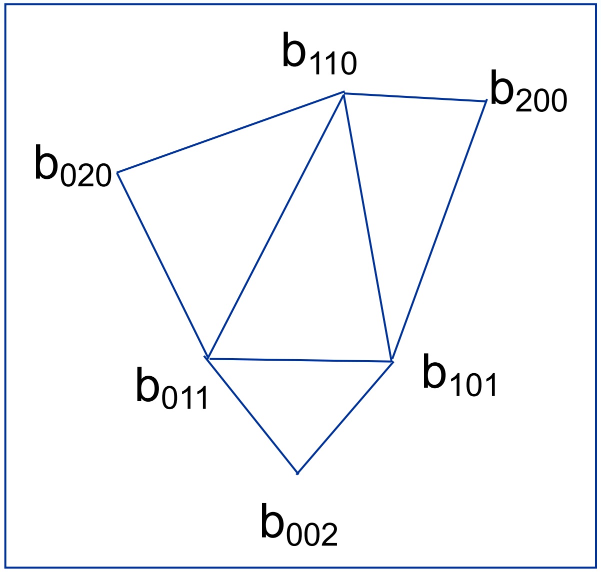
- Trinomiális együtthatók:

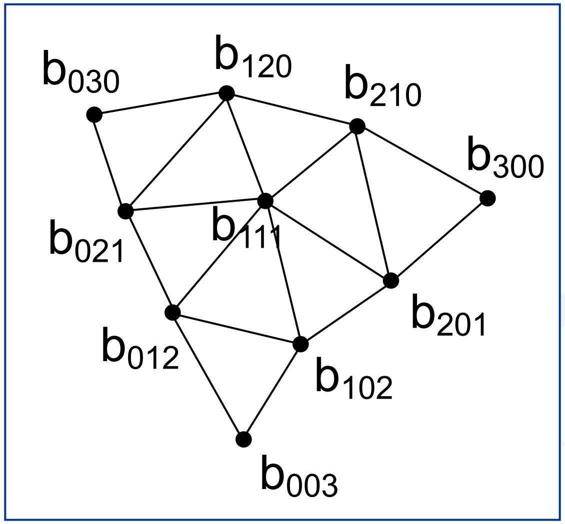
$$(u + v + w)^n = \sum_{\mathbf{i}} \binom{n}{\mathbf{i}} u^i v^j w^k; \quad \binom{n}{\mathbf{i}} = \frac{n!}{i!\,j!\,k!}$$

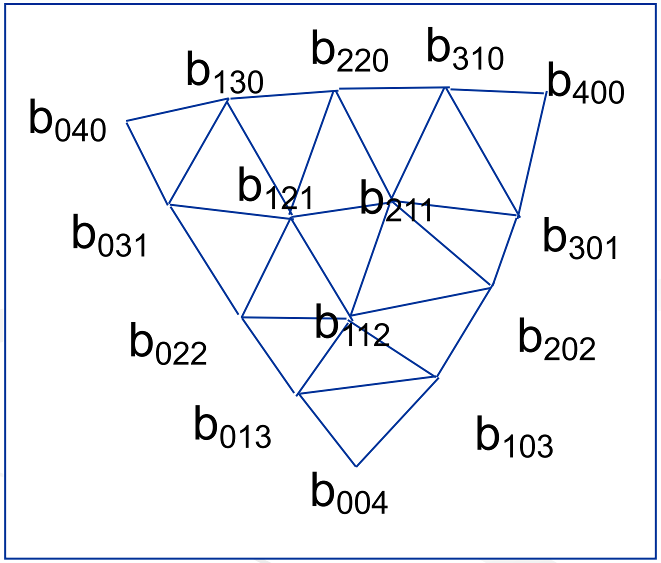
- Bézier-háromszög Bernstein-polinomokkal:

$$\mathbf{b}(\mathbf{u}) = \sum_{|\mathbf{i}|=n} \mathbf{b}_{\mathbf{i}} B^n_{\mathbf{i}}(\mathbf{u})$$

Bézier háromszögek$_2$ - kontroll pont struktúrák







$$n = 2$$

$$n = 3$$

$$i + j + k = n$$

Önálló feladat

Háromoldalú és négyoldalú Bézier felületek

- felületkonfiguráció: egy szomszédos háromoldalú és négyoldalú felület G1 (közös tangens sík) kapcsolódás biztosításával
- interaktív keretrendszer fejlesztése, 3D-s megjelenítés
- kontrollpontok interaktív módosítása (függőség)
- síkmetszetek grafikus megjelenítése (OpenGL)
- (opcionális: mozgó domén pont --- mozgó felület pont)

Szeminárium a háromoldalú Bézier felületekről és a G1 kapcsolódás feltételeiről

A következő előadás tartalma

B-spline görbék

- bázisfüggvények
- tulajdonságok
- egyszerű műveletek
- folytonossági kérdések

B-spline felületek

- felületek csatlakoztatása