Numerikus analízis ujjgyakorlatok 2

1. Határozd meg az $\int_0^1 \cos(x)\,\mathrm{d}x$ integrál értékét trapéz-módszerrel! Elég 3 iteráció, 3 tizedesjegy pontossággal.

2. Határozd meg az $\int_0^1 \cos(x)\,\mathrm{d}x$ integrál értékét 2-pontos Gauss-kvadratúrákkal: (a) Gauss–Legendre, (b) Gauss-Csebisev, (c*) Gauss–Hermite. Segítségként a képlet:

$$\int_a^b W(x)f(x)\,\mathrm{d}x \approx w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2),$$

ahol

	$[a,b]$	$W(x)$	x_1	w_1	x_2	w_2
Gauss–Legendre	$[-1,1]$	1	$\sqrt{3}/3$	1	$-\sqrt{3}/3$	1
Gauss–Csebisev	$[-1,1]$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sqrt{2}/2$	$\pi/2$	$-\sqrt{2}/2$	$\pi/2$
Gauss–Hermite	$[-\infty,\infty]$	e^{-x^2}	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{\pi}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{\pi}/2$

3. Hogyan tudjuk kiszámítani a π értékét Monte–Carlo módszer segítségével? (Segítség: az egység sugarú kör területe éppen π.)

4. Kövesd a $(0,2)$ kiindulási helyzetű pont mozgását az alábbi vektortérben:

$$\left(\frac{\cos(x)+\sin(y)}{5},\ \frac{\cos(y)+\sin(x)}{5}\right)$$

Az idő-lépésköz legyen $h = 2$, és használj (a) Euler (b) Runge–Kutta módszert! Elég 2 lépést kiszámolni, 3 tizedesjegy pontossággal.