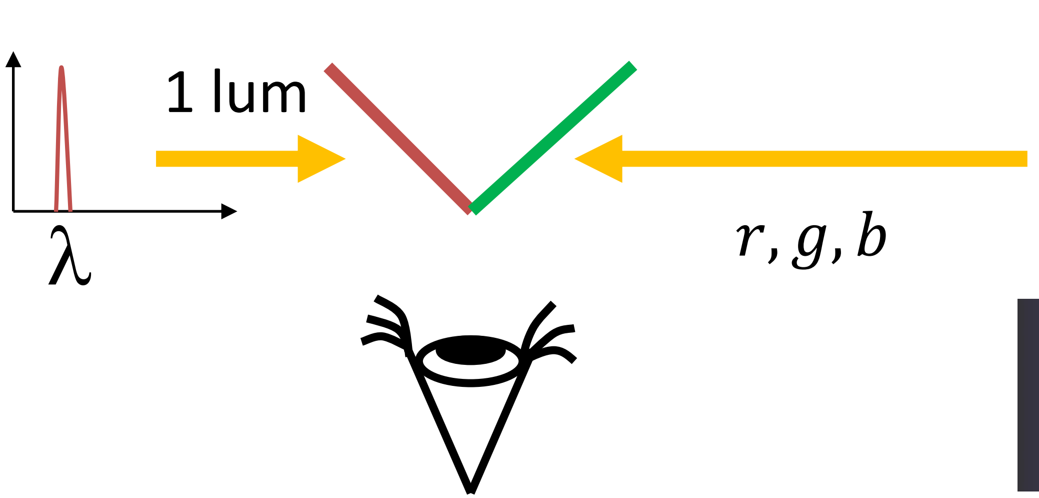
“Why do two colors, put one next to the other, sing? Can one really explain this? no. Just as one can never learn how to paint.”

Pablo Picasso

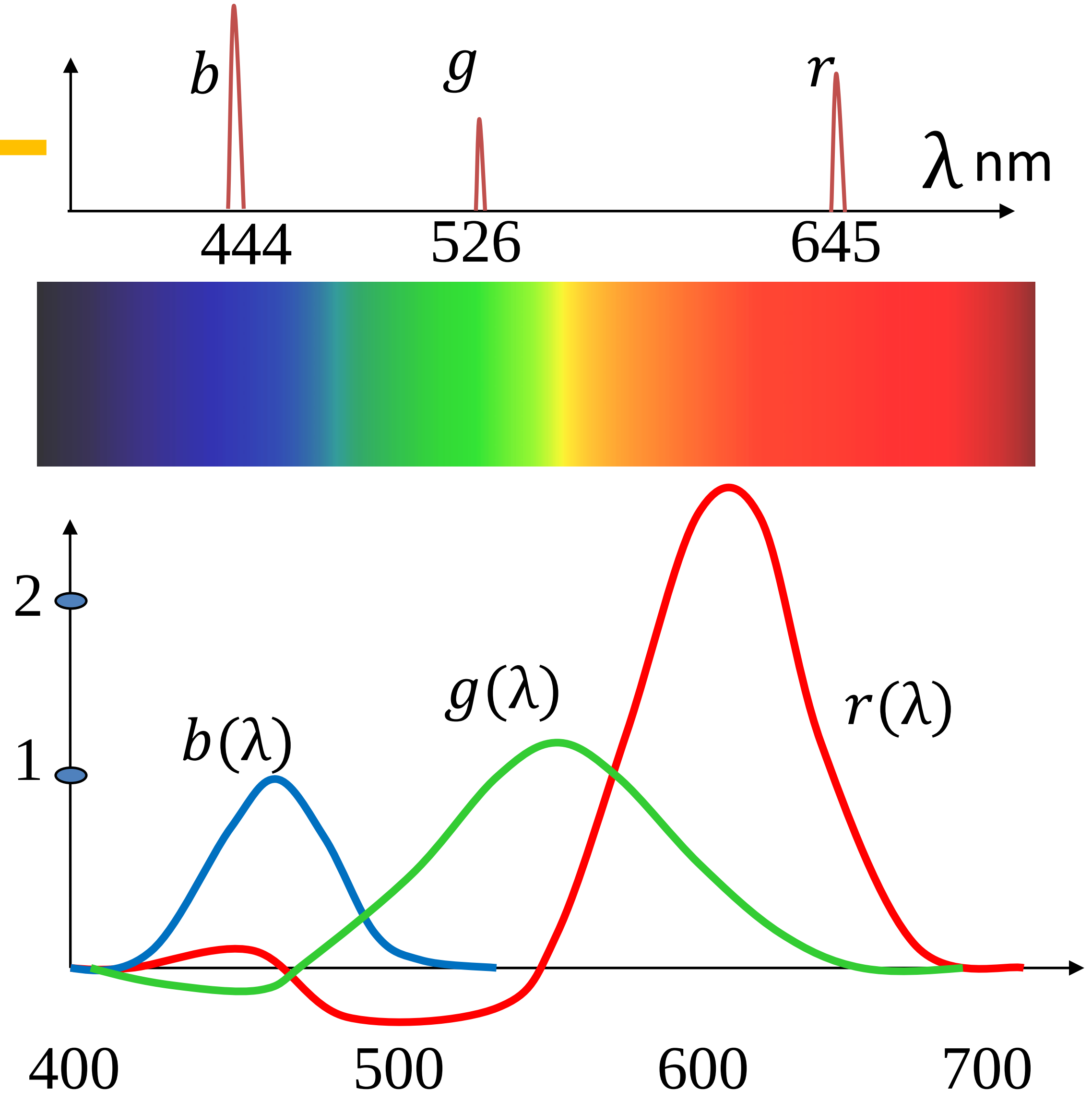
Színek

Szirmay-Kalos László

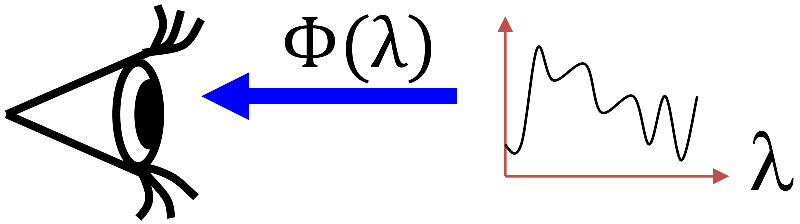
Színérzékelés: monokromatikus fény



λ színérzete: r, g, b



Színérzékelés: polikromatikus fény
(Hermann) Grassmann törvények



$$R = \int \Phi(\lambda) r(\lambda) \mathrm{d}\lambda$$

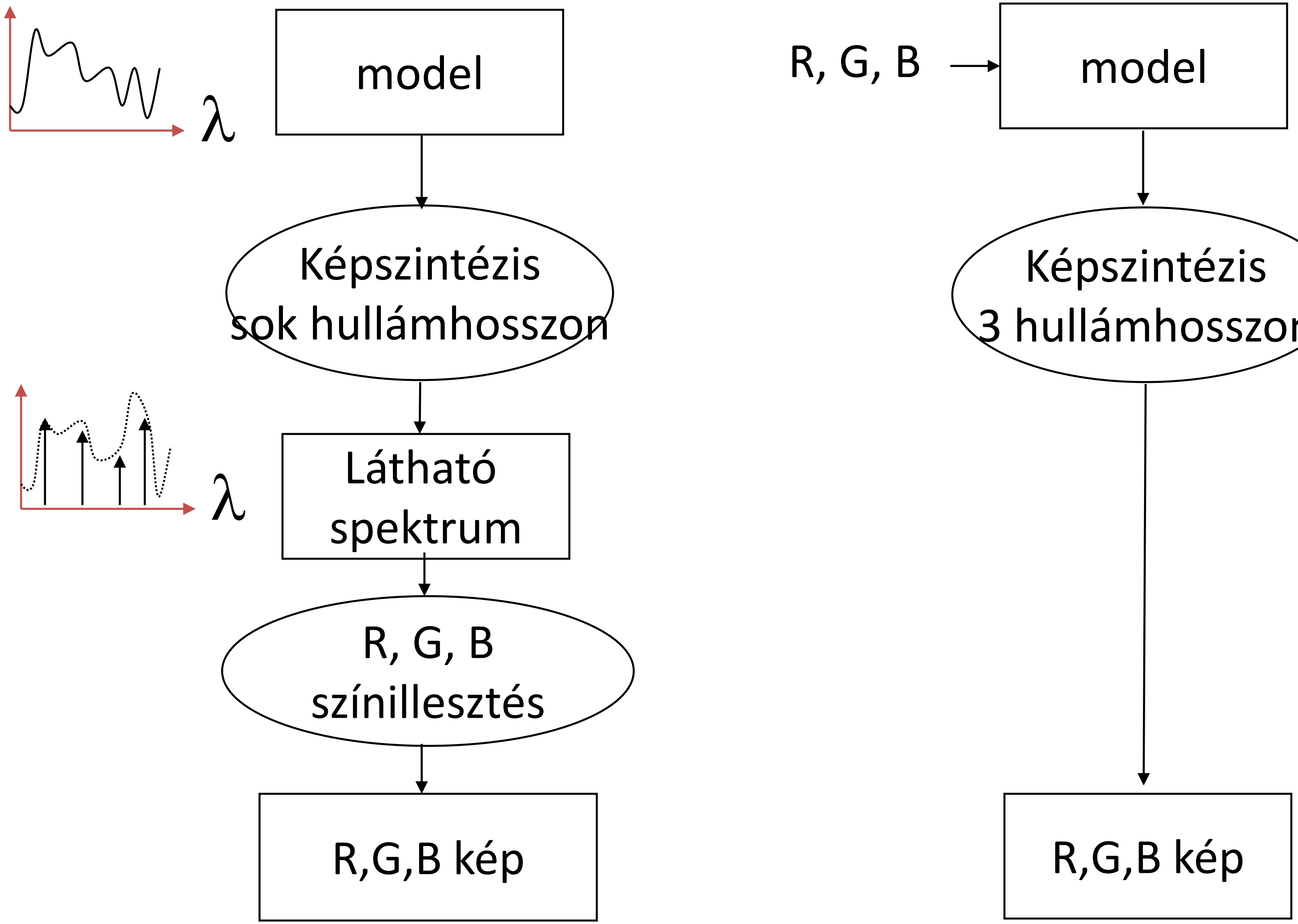
$$G = \int \Phi(\lambda) g(\lambda) \mathrm{d}\lambda$$

$$B = \int \Phi(\lambda) b(\lambda) \mathrm{d}\lambda$$

<u>A színérzet lineáris (Grassmann törvények)</u>

- Kétszer akkora spektrumhoz kétszer akkora *R,G,B* tartozik
- Különböző spektrumok összegéhez az *R,G,B*-k összege tartozik

Spektrális versus RGB képszintézis

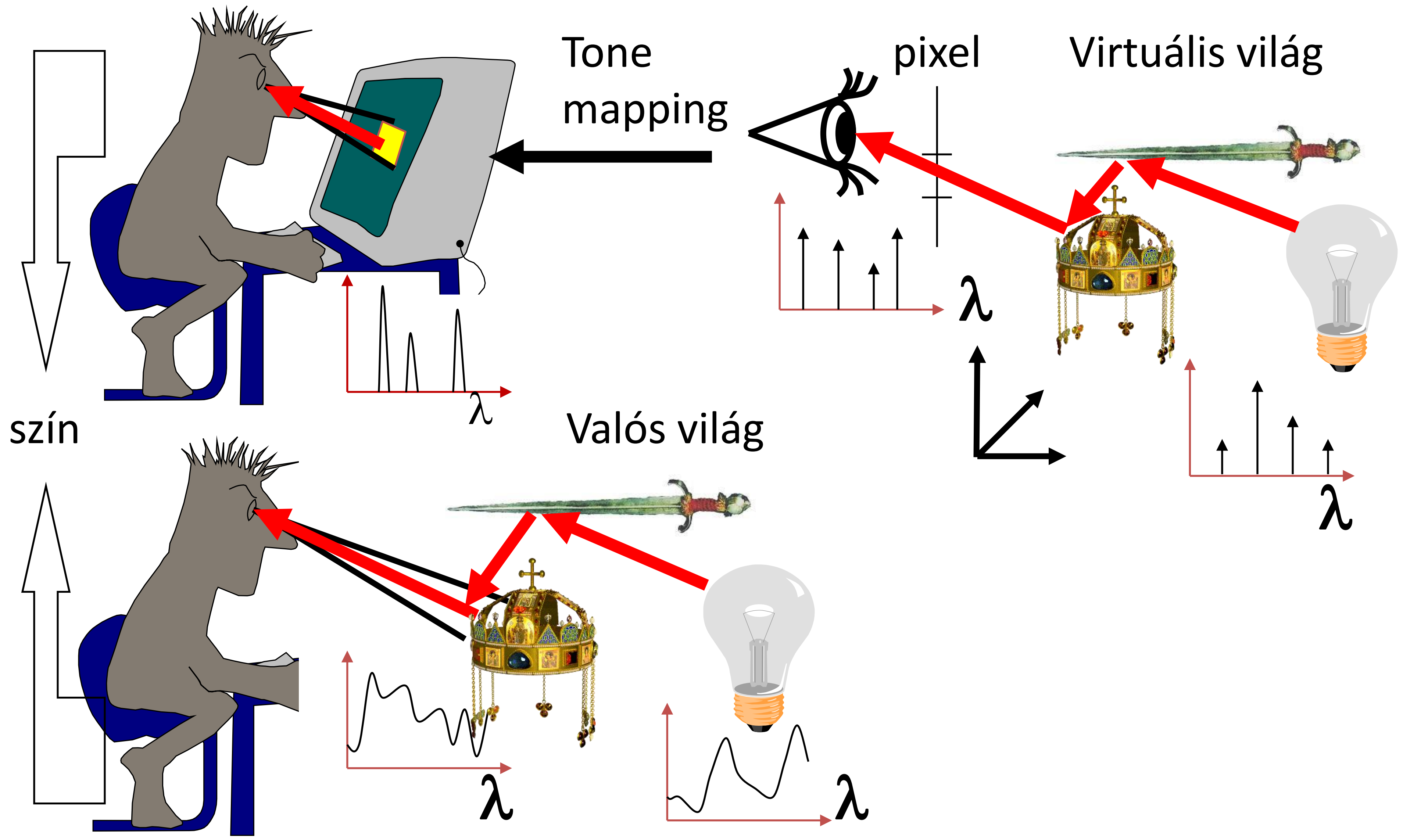


"Science is either physics or stamp collecting."
Ernest Rutherford

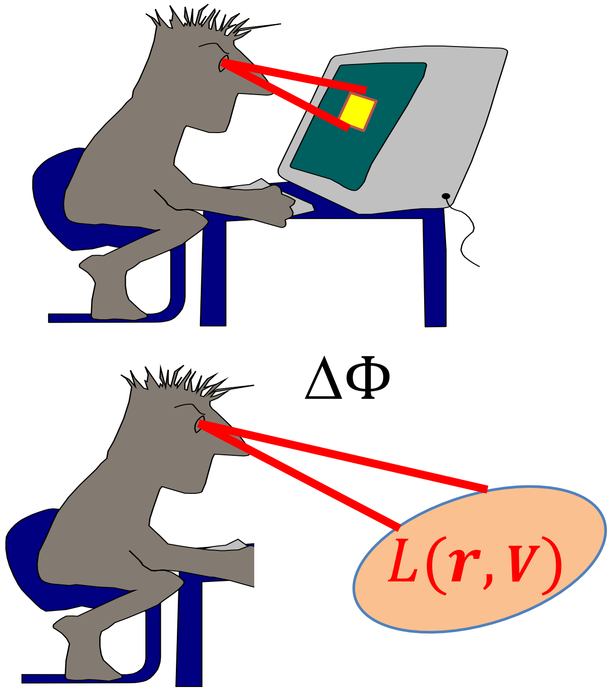
3D képszintézis fizikai alapmodellje

Szirmay-Kalos László

3D képszintézis

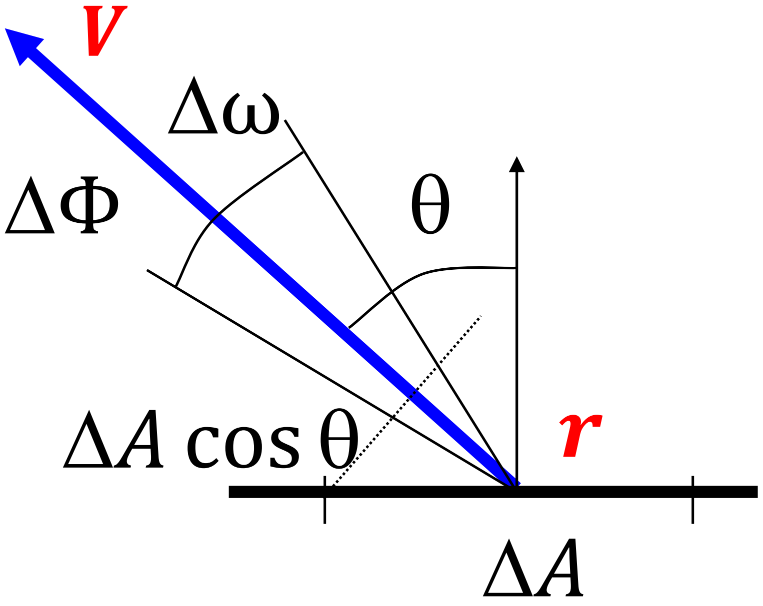


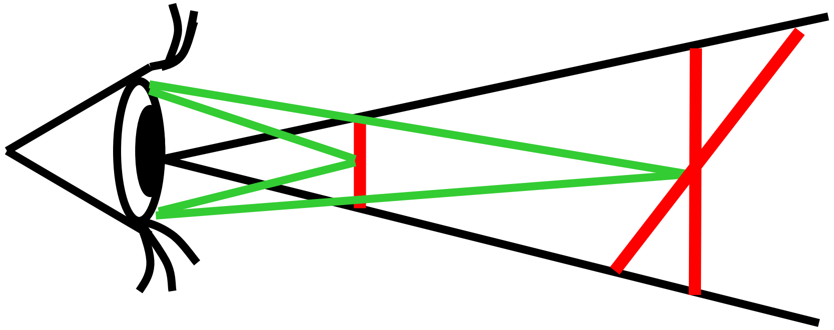
Radiancia (sugársűrűség)



Egységnyi <u>vetített</u> terület által egységnyi térszögbe sugárzott teljesítmény [Watt/sr/m^2]:

$$\boxed{L(\boldsymbol{r},\boldsymbol{V}) = \frac{\Delta\Phi}{\Delta A\cos\theta\ \Delta\omega}}$$

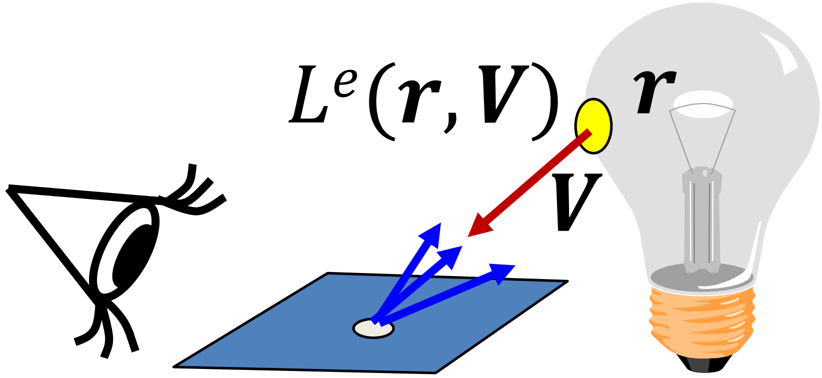




$$\Delta\Phi = L(\boldsymbol{r},\boldsymbol{V})\Delta A\cos\theta\,\Delta\omega$$

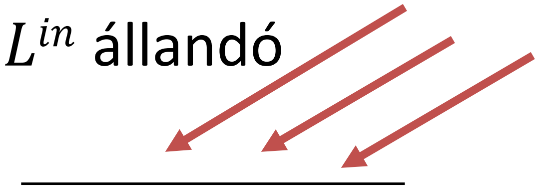
Fényforrások

- <u>Geometria+sugársűrűség:</u>



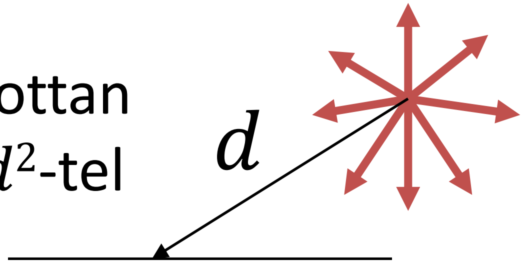
- <u>Abszträkt fényforrások:</u>
  – <u>Irány fényforrások</u>: egyetlen irányba sugároz, a fénysugarak párhuzamosak, az intenzitás független a pozíciótól
  – <u>Pozicionális fényforrás</u>: egyetlen pontból sugároz, az intenzitás a távolság négyzetével csökken

L^{in} állandó



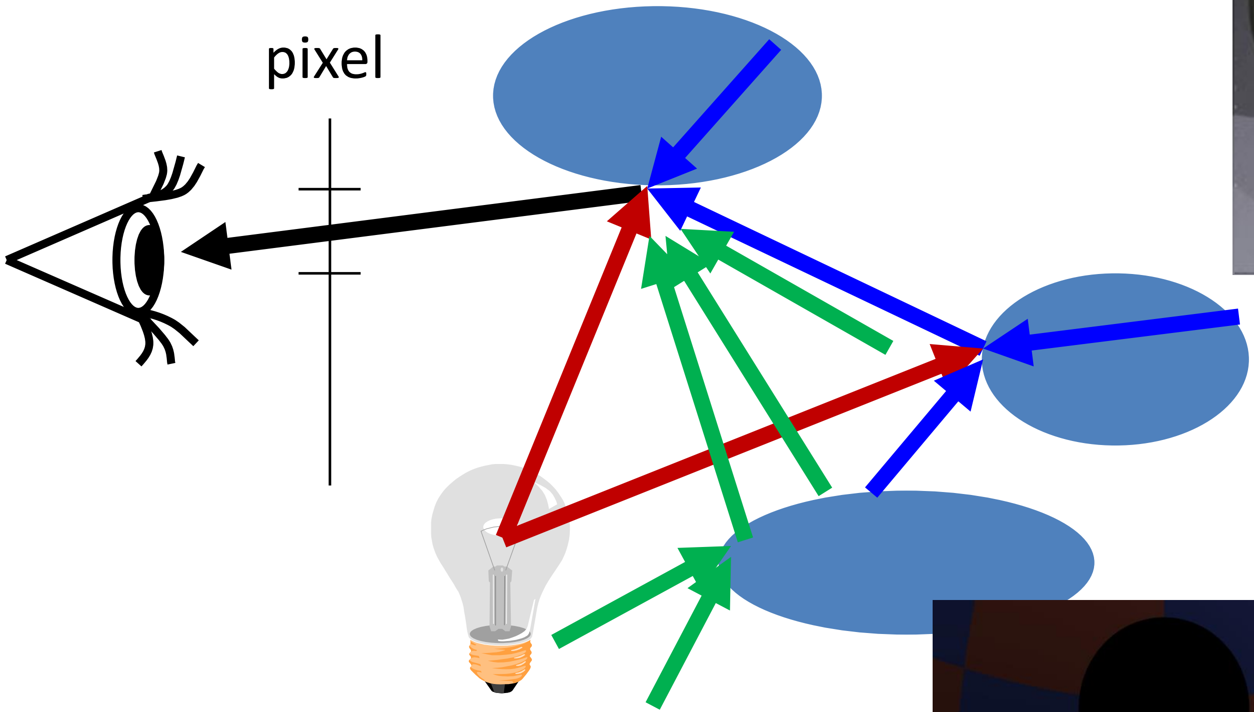
irány

L^{in} fordítottan arányos d^2-tel



pozicionális

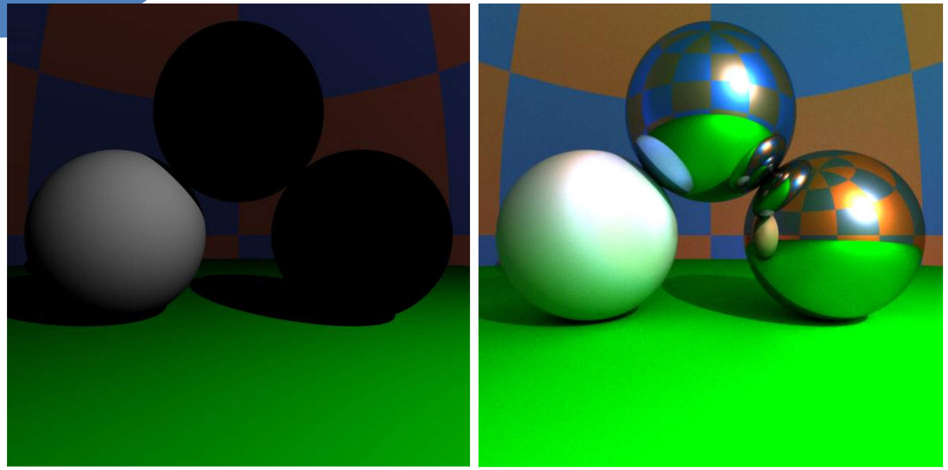
Képszintézis



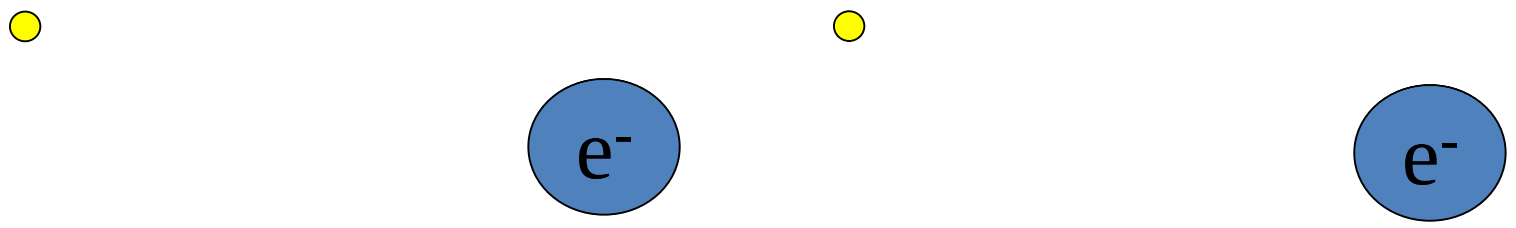
lokális illumináció

rekurzív sugárkövetés

globális illumináció



Fénynél a hullámhosszok külön kezelhetők

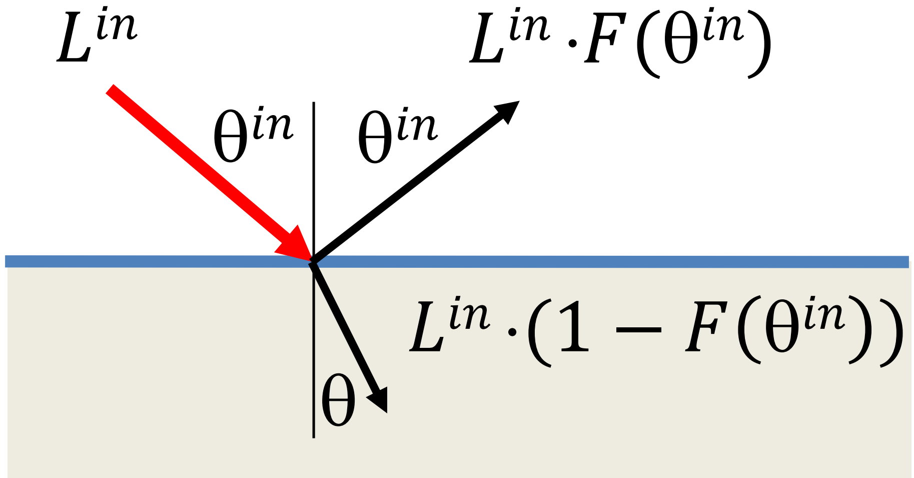


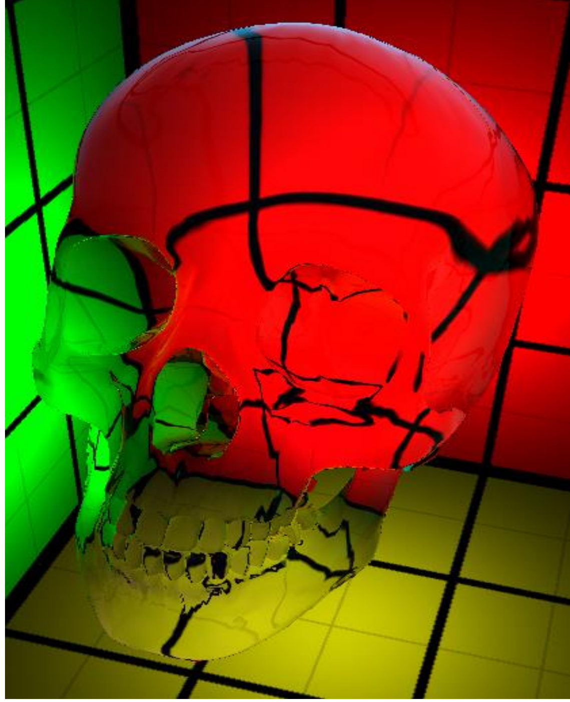
- Foton energia, impulzus > 0, fénysebesség: nyugalmi tömege zérus.
- Relativisztikus tömeg kicsi:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{hf}{c^2}$$

- A foton energia (hullámhossz) nem változik rugalmas ütközésnél
- Elnyelődési valószínűség energiafüggő

Sima felület: Fresnel egyenlet



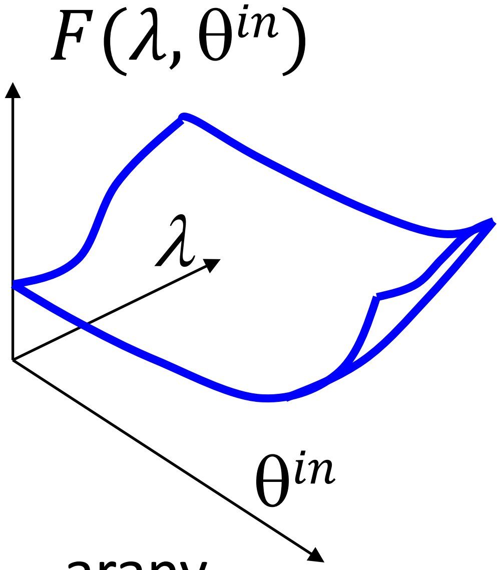
„Sima" = 1 pixelben a felület sík

Snellius – Descartes: $\boxed{n = \dfrac{\sin\theta^{in}}{\sin\theta}}$

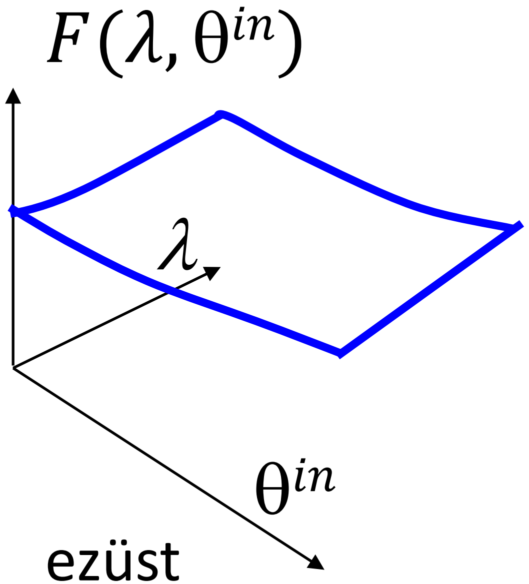
n: a törésmutató, sebességarány (dimenziótlan)
κ: kioltási tényező (dimenziótlan)

$$\boxed{F(\theta^{in}) \approx F_0 + (1 - F_0)\cdot(1 - \cos\theta^{in})^5 \qquad F_0 = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}}$$

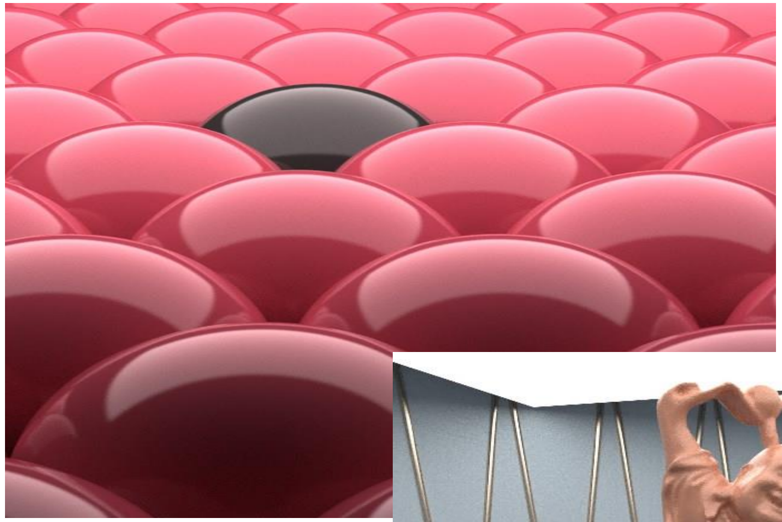
Fresnel függvény

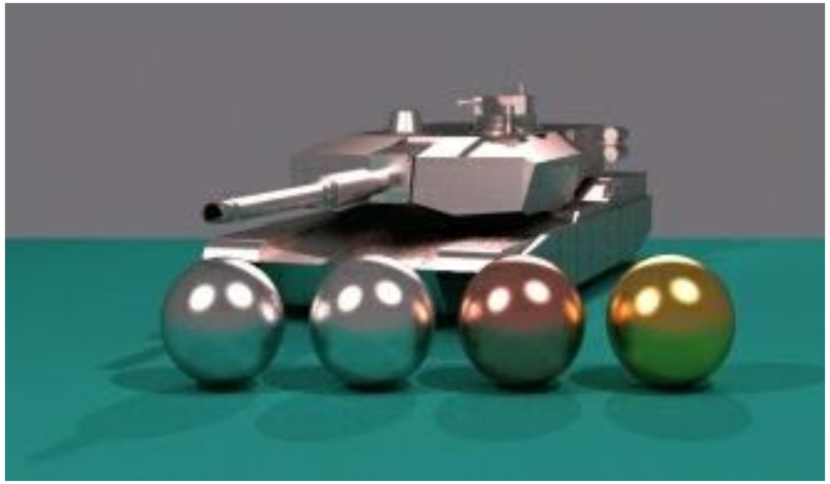


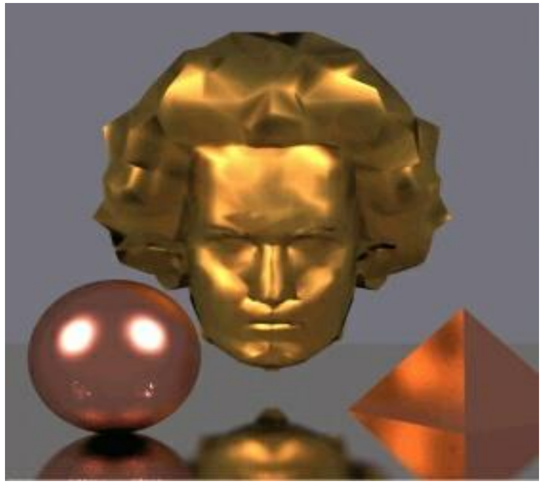
arany



ezüst

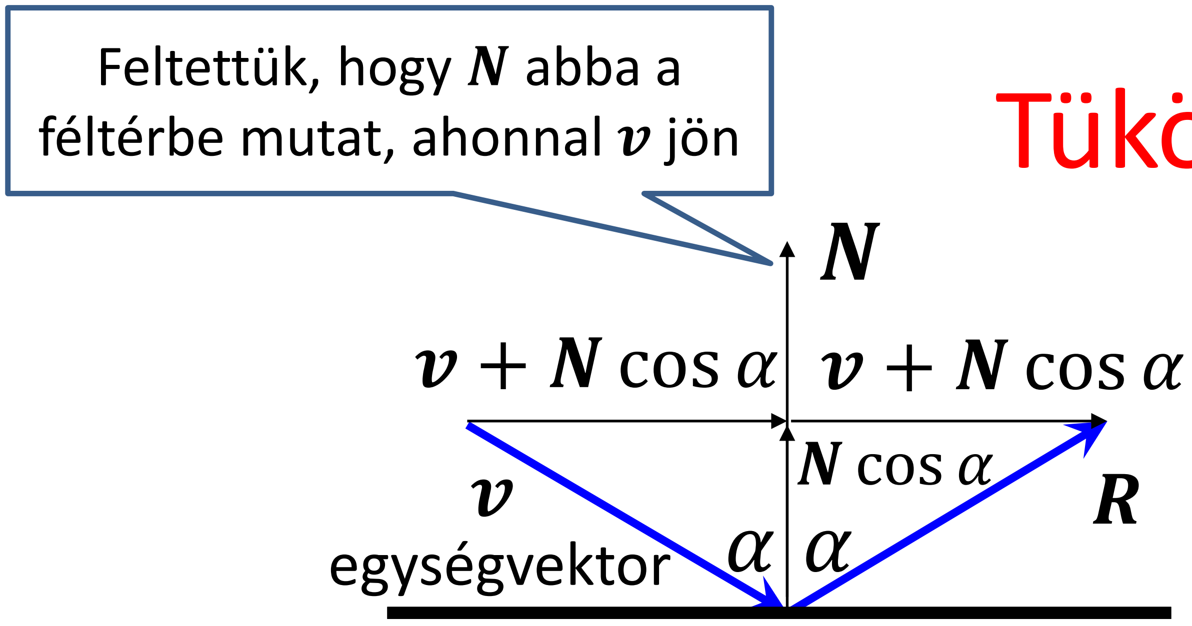






- **Fémek**: kioltási tényező jelentős, a kioltási tényező és a törésmutató erősen függ a frekvenciától
- **Nemfémek**: kioltási tényező elhanyagolható, törésmutató kismértékben függ a frekvenciától

Tükörirány



$$\cos\alpha = -\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{N}$$

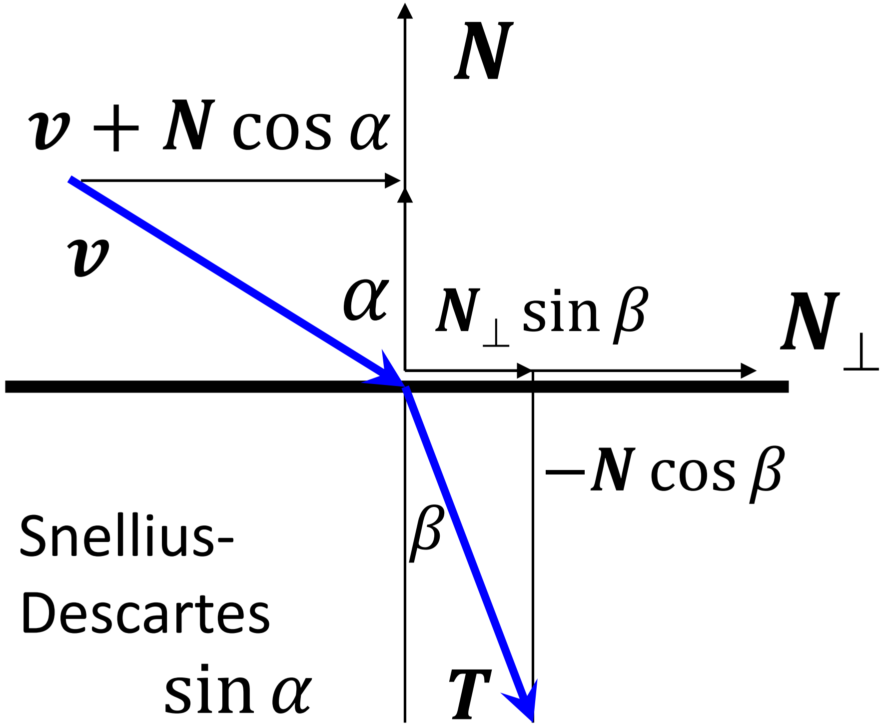
$$\boxed{\boldsymbol{R} = \boldsymbol{v} + 2\boldsymbol{N}\cos\alpha}$$

```
vec3 reflect(vec3 V, vec3 N) {
   return V - N * dot(N, V) * 2;
};
```

```
vec3 Fresnel(vec3 V, vec3 N) {
   float cosa = -dot(V, N);
   vec3 one(1, 1, 1);
   vec3 F0 = ((n-one)*(n-one) + kappa*kappa) /
             ((n+one)*(n+one) + kappa*kappa);
   return F0 + (one - F0) * pow(1-cosa, 5);
}
```

$$F_0 = \frac{(n-1)^2+\kappa^2}{(n+1)^2+\kappa^2}$$

Törési irány



Snellius-Descartes

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$\boldsymbol{N}_\perp = \frac{\boldsymbol{v}+\boldsymbol{N}\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{N}_\perp \sin\beta - \boldsymbol{N}\cos\beta$$

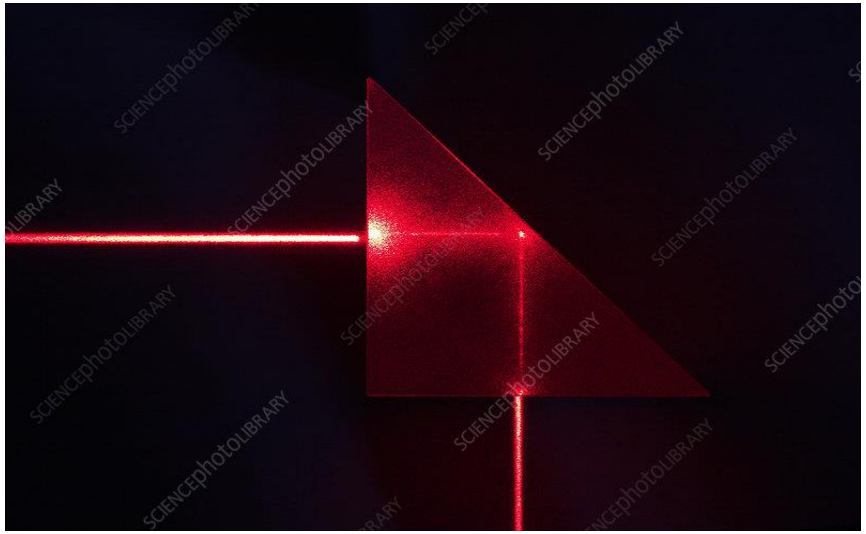
$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{v}/n + \boldsymbol{N}(\cos\alpha/n - \cos\beta)$$

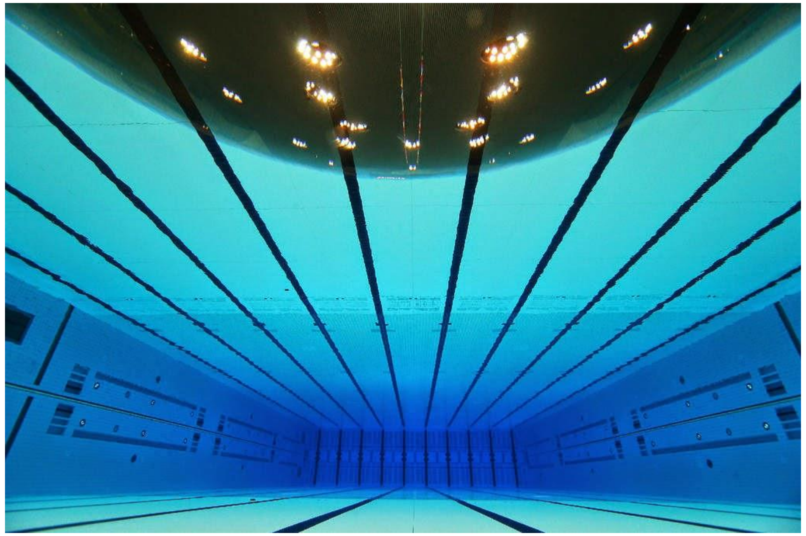
$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\sin^2\alpha/n^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{T} = \boldsymbol{v}/n + \boldsymbol{N}\left(\cos\alpha/n - \sqrt{1-(1-\cos^2\alpha)/n^2}\right)}$$

```
vec3 refract(vec3 V, vec3 N, float ns) {
   float cosa = -dot(V, N);
   float disc = 1 - (1 - cosa*cosa)/ns/ns; // scalar n
   if (disc < 0) return vec3(0, 0, 0);
   return V/ns + N * (cosa/ns - sqrt(disc));
}
```

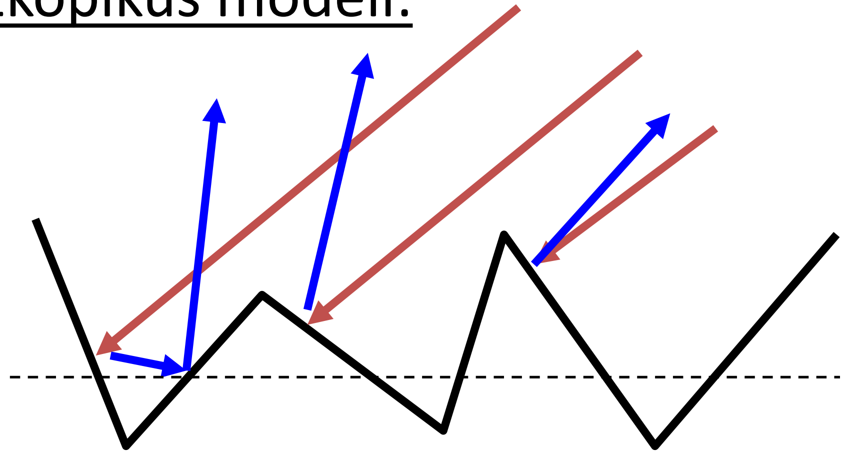
Teljes belső visszaverődés



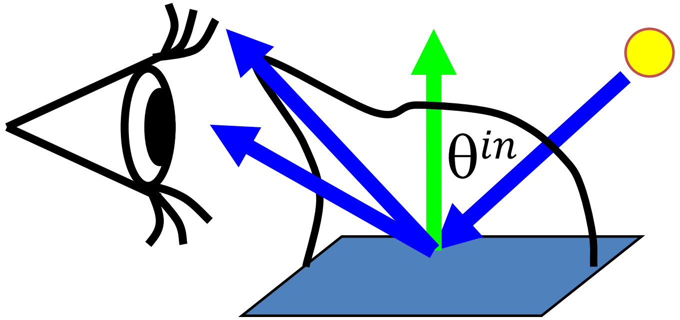


Rücskös felületek

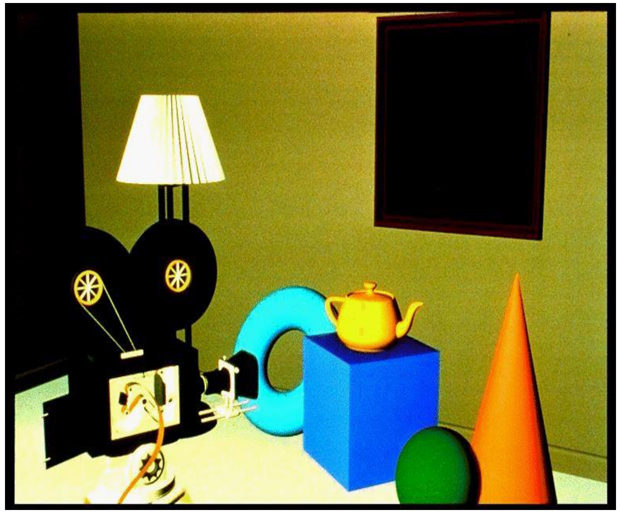
Mikroszkópikus modell:

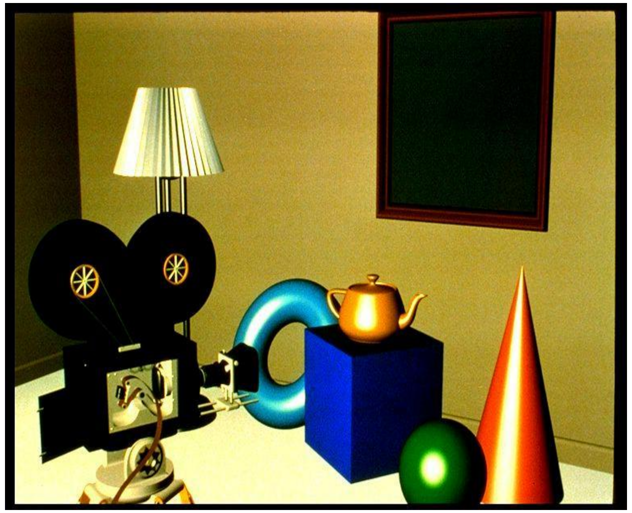


1 pixelben látható felület



Viselkedésileg érvényes modell





Fény-felület kölcsönhatás

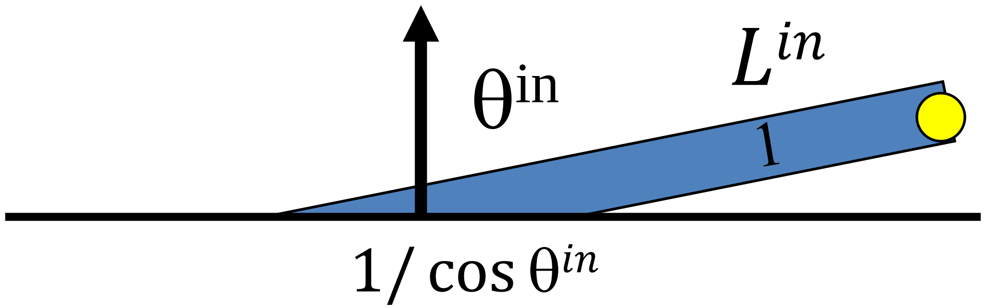
Radiancia = Irradiancia · BRDF

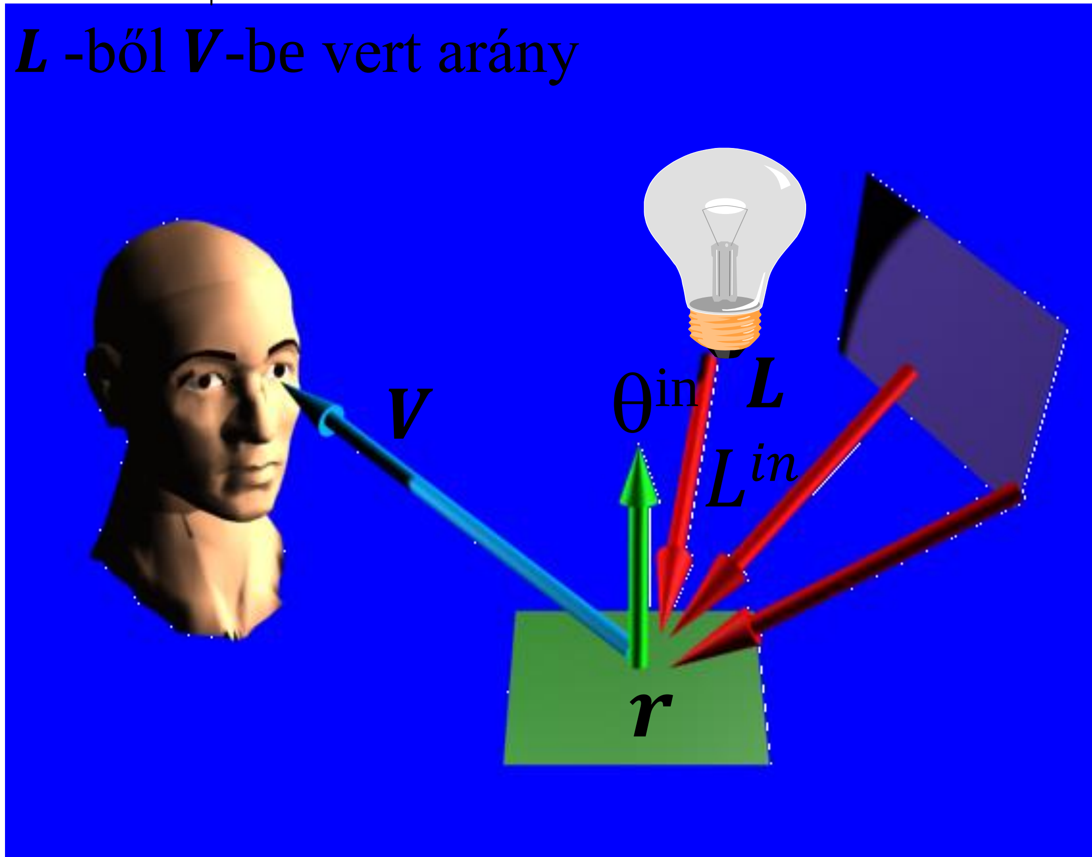
$$\boxed{L(\boldsymbol{r},\boldsymbol{V}) = L^{in}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{L})\cdot \cos\theta^{in}\cdot f_r(\boldsymbol{L},\boldsymbol{r},\boldsymbol{V})}$$

$$f_r(\boldsymbol{L},\boldsymbol{r},\boldsymbol{V}) \overset{\text{def}}{=} \frac{L(\boldsymbol{r},\boldsymbol{V})}{L^{in}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{L})\cos\theta^{in}}$$

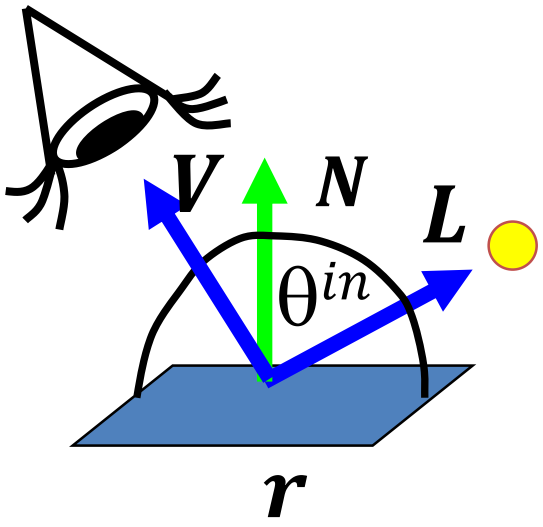
<u>Helmholtz törvény:</u>

$$f_r(\boldsymbol{L},\boldsymbol{r},\boldsymbol{V}) = f_r(\boldsymbol{V},\boldsymbol{r},\boldsymbol{L})$$





Diffúz visszaverődés



- Radiancia = Irradiancia · BRDF
- A nézeti iránytól független
- A BRDF a nézeti iránytól független
- Helmholtz: a BRDF a megvilágítási iránytól is független
- A BRDF irányfüggetlen:

$$\boxed{f_r(\boldsymbol{L},\boldsymbol{r},\boldsymbol{V}) = k_d(\boldsymbol{r},\lambda)}$$

- Diffúz visszaverődés = nagyon rücskös
  – sokszoros fény-anyag kölcsönhatás
  – színes!

(Johann Heinrich) Lambert törvény

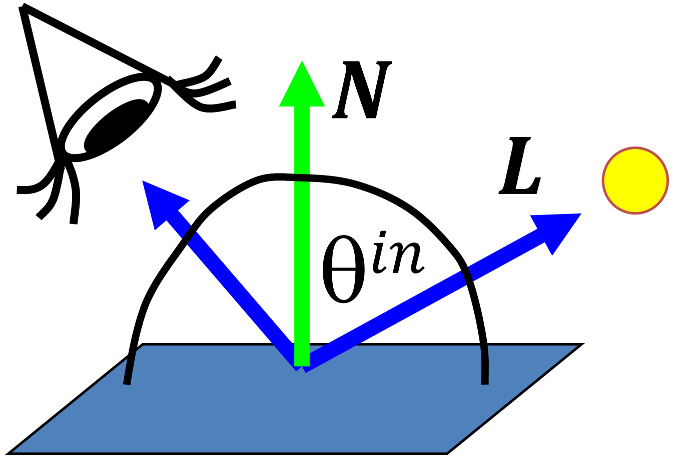
<u>Pont/irány fényforrásra válasz:</u>

BRDF irányfüggetlen, DE

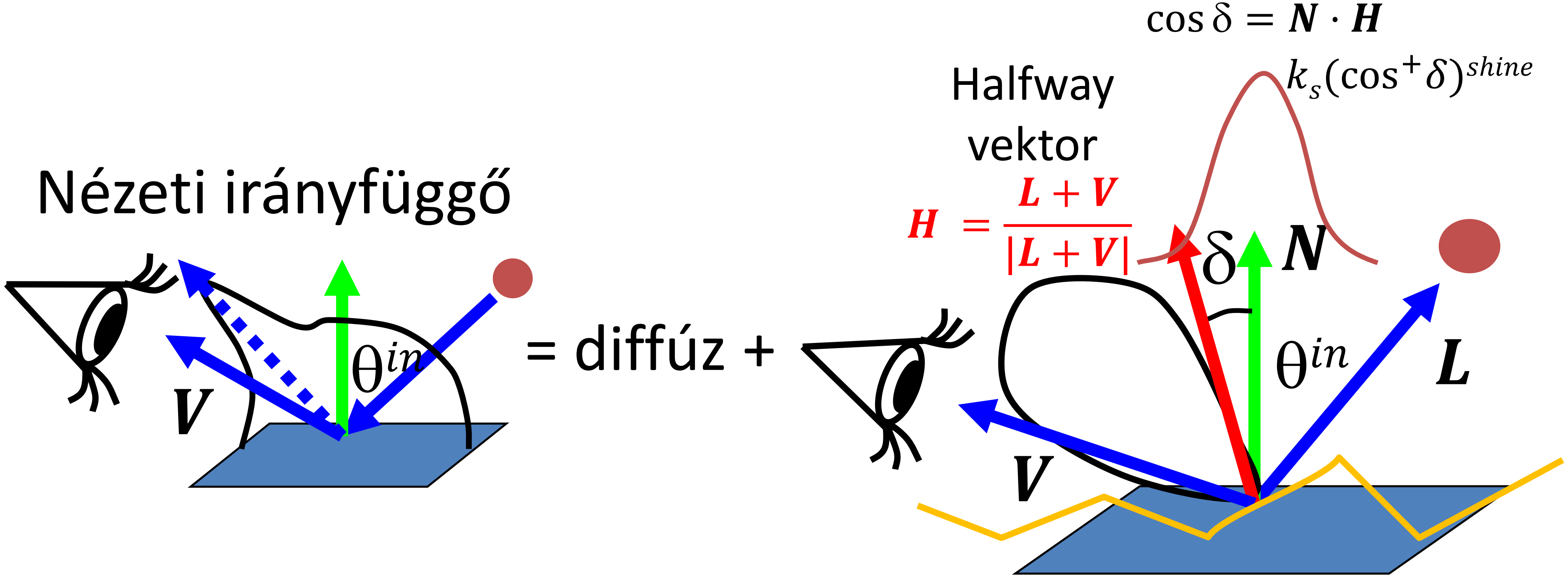
a sugársűrűség függ a megvilágítási iránytól

$$L^{ref} = L^{in} k_d \cos^{+}\theta^{in}$$

$$\cos\theta^{in} = \boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{L}$$



Spekuláris visszaverődés
(Phong (Bui) - (Jim) Blinn modell)

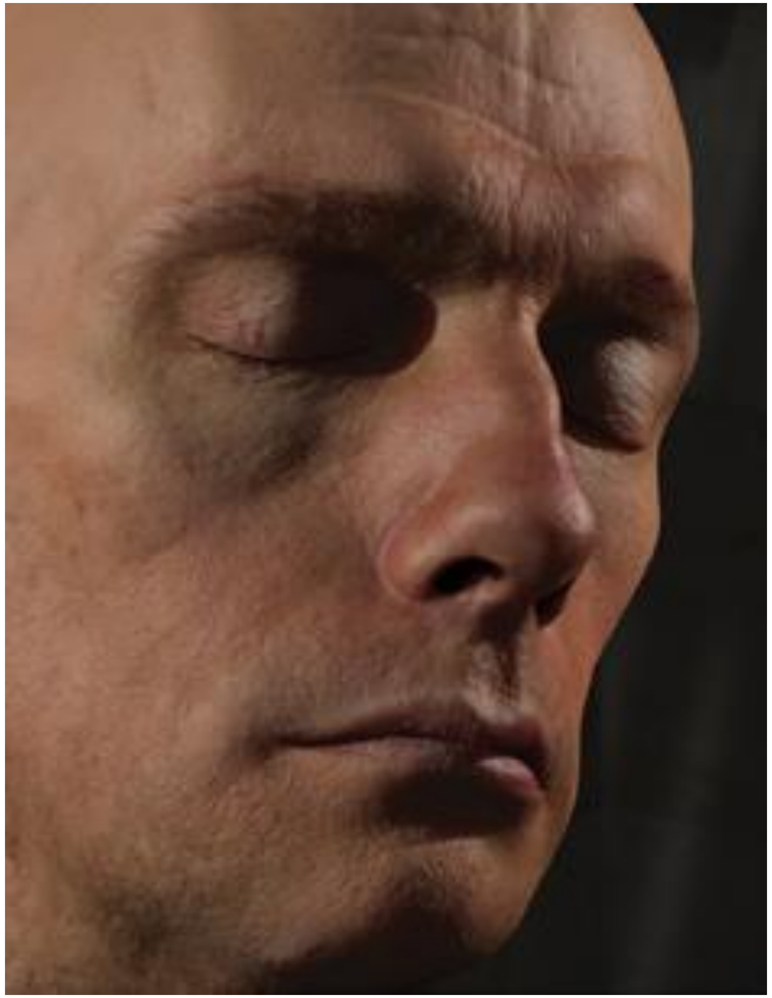


$$\boxed{L^{ref} = L^{in} k_d \cos^+\theta^{in} + L^{in} k_s (\cos^+\delta)^{shine}}$$

$$= L^{in} \left(k_d + k_s \frac{(\cos^+\delta)^{shine}}{\cos^+\theta^{in}}\right) \cos^+\theta^{in}$$

Phong-Blinn modell nem tökéletes

- Még a K épületet sem tudja éjszaka (aranyhíd)

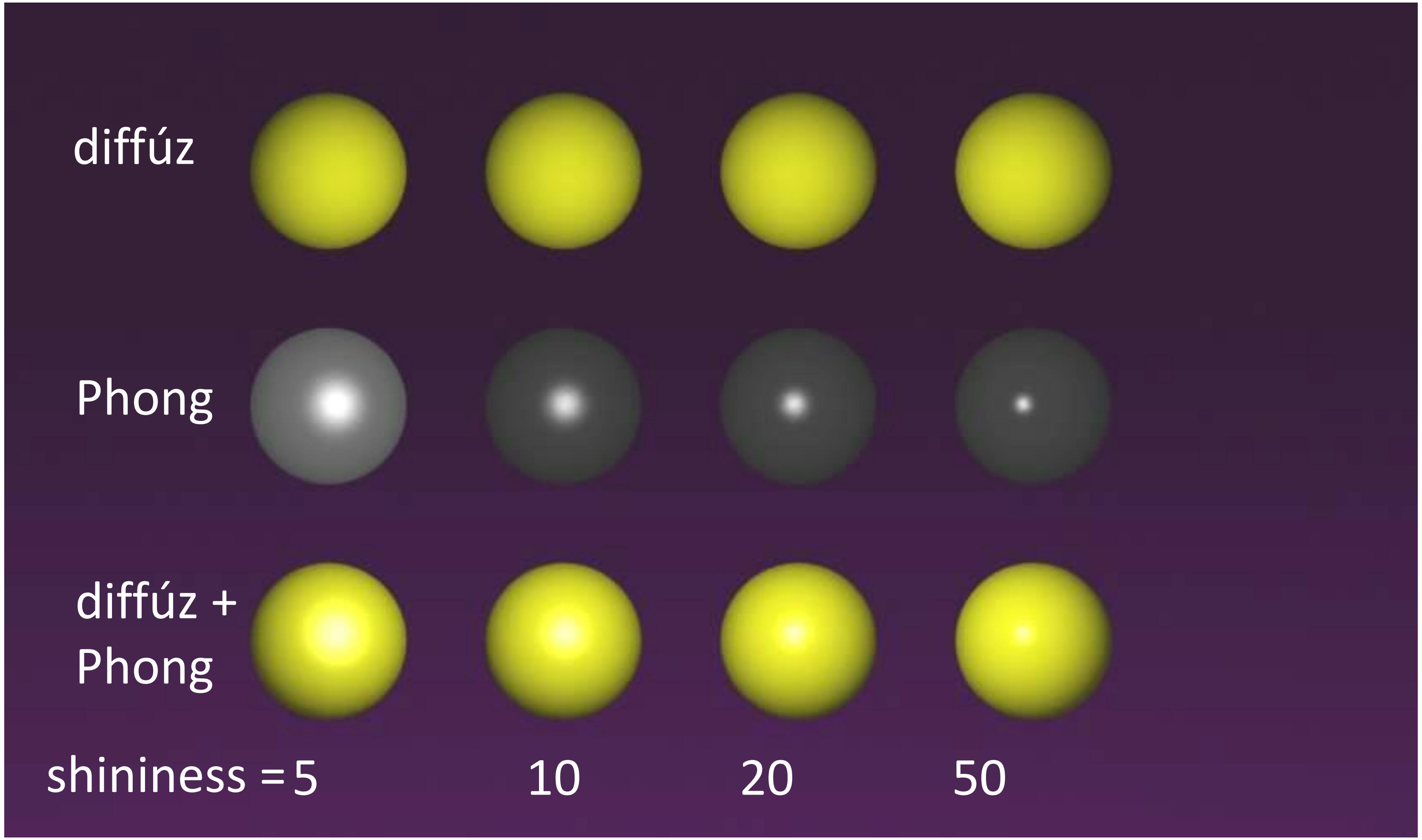


- Nem szimmetrikus (sérti a fizikát)

Pl. javítás:

$$L^{ref} = L^{in}\left(k_d + k_s \frac{(\cos^+\delta)^{shine}}{(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{V})^2}\right)\cos^+\theta^{in}$$

Diffúz+Phong anyagok



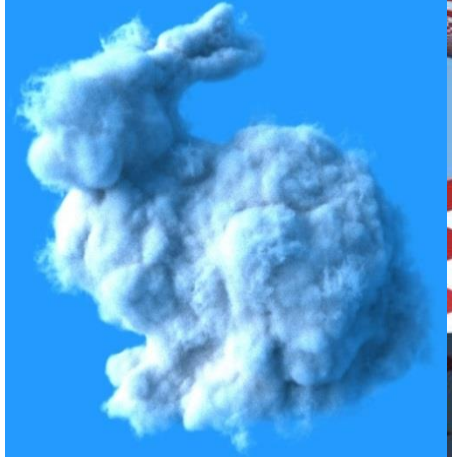
Sokszoros fény-anyag kölcsönhatás
„Saját szín”

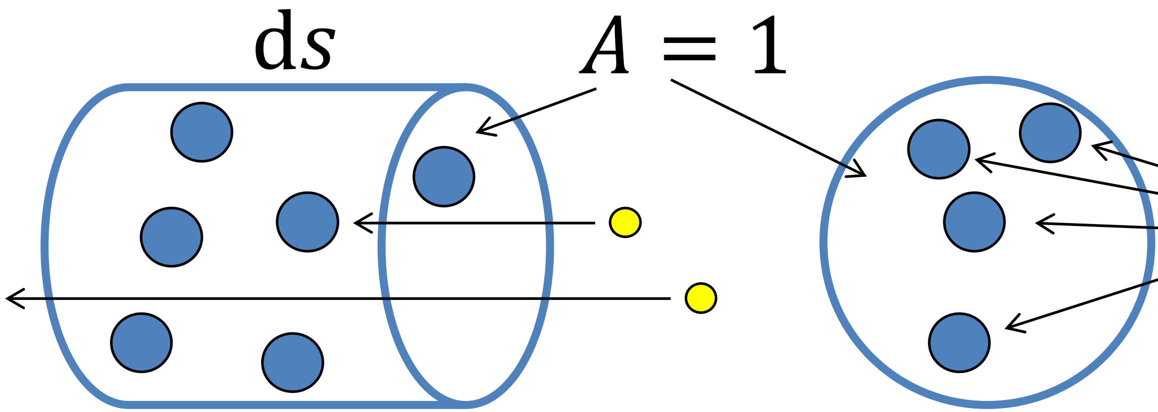
Egyszeres fény-anyag kölcsönhatás, nemfémeknél hullámhossz független

Diffúz + spekuláris visszaverődés

```
vec3 shade(vec3 N, vec3 V, vec3 L, vec3 inRad) {
   float cosTheta = dot(N, L); // unit vecs
   if(cosTheta < 0) return vec3(0,0,0);  // self shadow
   vec3 diffuseRad = inRad * kd * cosTheta;  // diffuse
   vec3 H = normalize(V + L);
   float cosDelta = dot(N, H);
   if(cosDelta < 0) return diffuseRad;
   return diffuseRad + inRad * ks * pow(cosDelta, shine);
}
```

Fényelnyelő





$$\sigma(s)\mathrm{d}s = P\{\text{ütközés}\}$$

Hatáskeresztmetszet,
alias kioltási tényező
[1/m]: egységfüggő!

$$L(s+\mathrm{d}s) = L(s) - L(s)\sigma(s)\mathrm{d}s$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}L(s)}{\mathrm{d}s} = -L(s)\sigma(s)}$$

$$\int_{L(0)}^{L(S)} \frac{\mathrm{d}L}{L} = -\int_0^S \sigma(s)\mathrm{d}s$$

$$\ln\big(L(S)\big) - \ln(L(0)) = -\int_0^S \sigma(s)\mathrm{d}s$$

$$\boxed{\begin{aligned} L(S) &= L(0)e^{-\int_0^S \sigma(s)\mathrm{d}s} \\ &\approx L(0)e^{-\sum_i \sigma(s_i)\Delta s} \end{aligned}}$$